

20. Информационный портал о банках. Официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <http://www.banki.ru> – php (дата обращения: 19.09.2017).
21. Рейтинг банков России и по активам [Электронный ресурс]. URL: <https://www.vbr.ru/banki/raiting/> (дата обращения: 19.09.2017).
22. Портал о финансовых услугах // Официальный сайт [Электронный ресурс]. URL: <http://finrussia.ru/bank/ratings> (дата обращения: 19.09.2017).
23. Центробанк РФ // Официальный сайт. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cbr.ru/> (дата обращения: 19.09.2017)..
24. Решение БСС поможет банкам предоставлять услуги по управлению финансами от 17.06.2014 [Electronic resource]. URL: [http://www.cnews.ru/articles/reshenie\\_bss\\_pomozhet\\_bankam\\_predostavlyat/](http://www.cnews.ru/articles/reshenie_bss_pomozhet_bankam_predostavlyat/) (reference date: 21.05.2017).
25. Banki.ru информационный портал: банки, вклады, кредиты, ипотека, рейтинги банков России // Обязательные нормативы ЦБ [Электронный ресурс]. URL: [http://www.banki.ru/wikibank/obyazatelnyie\\_normativyi\\_tsb/](http://www.banki.ru/wikibank/obyazatelnyie_normativyi_tsb/) (дата обращения: 21.05.2017).
26. Где выгоднее оформить кредит или кредитную карту? // Кредит для малого бизнеса: как его получить. 19.03.2015 [Электронный ресурс]. URL: <http://kreditfinder.ru/kredit-dlya-malogo-biznesa-kak-ego-polu/> (дата обращения: 21.05.2017).

УДК 330.46

## **ЛОГИКО-ВЕРОЯТНОСТНЫЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОЦЕНКИ БАНКОВСКИХ РИСКОВ**

**КАРАСЕВ Василий Владимирович, к. т. н.<sup>1</sup>,**

**КАРАСЕВА Екатерина Ивановна, к. э. н.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Кафедра прикладной информатики и моделирования экономических процессов,

Автономная некоммерческая организация высшего образования

«Международный банковский институт», Санкт-Петербург, Россия

<sup>2</sup>Кафедра информационных технологий в бизнесе, Институт технологий предпринимательства, Санкт-Петербургский государственный университет

аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия

Адрес для корреспонденции:

В.В. Карасев, 191023, Санкт-Петербург, Невский пр., 60

Т.: +79817201906; e-mail: inorisk@gmail.com

### **Аннотация**

Логико-вероятностные модели широко применяются для оценки риска в технических системах. Логико-вероятностный метод использует дерево событий в качестве сце-

нария риска, логические и вероятностные функции, что позволяет получить точную численную оценку риска, провести его анализ и выработать процедуры обоснованного принятия решений. В данной статье авторы анализируют применение этого метода для оценки и анализа риска в банковской сфере. Рассматриваются модели рисков в банках (кредитный, операционный и фондовый риски). Авторы показывают, что риски различной природы (финансовые или нефинансовые, экономические или социальные) могут быть описаны простыми моделями на основе событийного подхода к моделированию. Могут быть решены многие трудноформализуемые задачи. Авторы получили многообещающие результаты, но применение метода имеет свои особенности. Наличие большого объема статистических данных облегчает применение логико-вероятностных моделей, однако требуется алгоритм идентификации моделей по статистическим данным. Это сложная задача оптимизации многомерной целочисленной функции с вещественными аргументами. Логико-вероятностные модели позволяют вычислять риск (вероятность неблагоприятного события) и вклады инициирующих событий в риск, т.е. выполнять анализ риска. Управление риском осуществляется принятием решений в зависимости от величин вкладов. Интеграция логико-вероятностных моделей, алгоритма идентификации и метода сводных рандомизированных показателей (для получения вероятностей в случае отсутствия статистических данных) дает мощный аналитический инструмент для управления риском и принятия решений в сложных социально-экономических системах.

**Ключевые слова**

Банк, кредитный риск, операционный риск, рыночный риск, управление, логика, вероятность, идентификация.

## **LOGICAL AND PROBABILISTIC MODELS FOR ESTIMATION OF BANKING RISKS**

**Karasev Vasily V., Cand. in Tech. Science <sup>1</sup>**

**Karaseva Ekaterina I., Cand. in Econ. Science <sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Department of Applied Informatics and Economic Processes Modeling,  
International Banking Institute, Saint-Petersburg, Russia

<sup>2</sup>Information Technology Department, Institute of Entrepreneur Technologies,  
Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Saint-Petersburg, Russia

Address for correspondence:

V.V. Karasev, 191023, Saint-Petersburg, Nevsky pr., 60

Phone: +79817201906; e-mail: inorisk@gmail.com

**Abstract**

Logical and probabilistic models are widely applied for estimation the risk in technical systems. Logical and probabilistic method uses tree of events (failure tree) as risk scenario, logical and probabilistic functions and allows calculate exact numerical risk estimation, perform risk analysis and realize decision-making procedures. In this paper, authors analyze application of this method to estimate and analyze risk in banking. The large volume of statistical data makes the application of logical and probabilistic models easy but the algorithm of logical and probab-

istic model identification is required. This is complex optimization of many-dimensional integer function with real arguments. Logical and probabilistic models allow calculate risk (probability of undesirable event) and contributions of initiating events in risk, i.e. perform risk analysis. Risk management is performed as decision-making procedures in accordance with contribution values. Integration of logical and probabilistic models, identification algorithm and method of randomized summarized indexes (to obtain probabilities if we have no statistical data) give us powerful analytical tool to manage risk and perform decision-making procedures in complex socio-economic systems.

### **Keywords**

Bank, credit risk, operational risk, market risk, management, logics, probability, identification.

## **1. Введение**

Риск присутствует во многих сферах человеческой деятельности. С давних времен математики и ученые пытались его предвидеть, оценивать и управлять им [1]. Сегодня ситуация ничем не отличается: чем выше конкуренция, тем более рискованные действия осуществляют предприниматели для получения дохода.

Для банка в равной степени важны финансовые и нефинансовые риски. Финансовые риски – это классические риски для банковских учреждений, нефинансовые – это современные риски, связанные с нефинансовыми факторами: сбоям информационных систем, потерей репутации, человеческим фактором и т.д.

Банки, как финансово-кредитные учреждения, существуют давно, поэтому и значение финансового риска трактовалось по-разному. Экономисты классической школы считали его компенсацией за рискованные действия [1], представители неоклассической школы были убеждены, что финансовый риск – это волатильность прибыли, которую предприниматель получил или хотел получить.

В банках присутствуют и нефинансовые риски, например, операционный риск, а также риск возникновения социальной проблемы.

Основными рисками для банка являются кредитный, рыночный и операционный. Наша цель – показать применение логико-вероятностного метода для оценки, анализа этих рисков и управления ими.

В отчете 2017 Global Risks Report [2] социально-экономические риски определены как наиболее существенные для мировой экономики и планеты в целом. Универсальных методов оценки таких рисков не существует. Социально-экономические системы сложны, непредсказуемы, могут работать, но

при этом быть неэффективными [3]. Существует множество факторов, которые способны повлиять на эти системы и не учитываются при моделировании поведения этих систем. Мы предлагаем один из подходов, который может быть применен для оценки и анализа рисков в этих системах.

Развитие цифровой экономики диктует другие правила ведения бизнеса. Привычные стоимостные методы оценки вытесняются интеллектуальными методами анализа данных и принятием на их основе управленческих решений. Для автоматизации таких решений необходим подходящий математический аппарат. В своей работе мы применяем логико-вероятностный (ЛВ) метод, апробированный на протяжении длительного времени для решения задач оценки, анализа рисков и управления рисками.

Логико-вероятностный метод имеет долгую историю. Первые шаги в его становлении принадлежат Дж. Булю, который в статье «Математический анализ логики» (1847 г.) определил булеву алгебру (исчисление истинности высказываний). Эта работа положила начало новой научной дисциплины – математической логики. В 1886 году П.С. Порецкий изобрел логико-вероятностный анализ [4]. С.Н. Бернштейн в 1917 г. распространил аксиоматику логики Буля на события и ввел вероятности событий [5]. А.Н. Колмогоров в 1929 году предложил построение аксиоматики теории вероятностей [6]. В.И. Гливенко в 1939 г. обобщил аксиоматику логики, события и вероятности [7]. Он показал, что для понятия вероятности можно использовать аксиоматику множества и меры. На основе этих работ И.А. Рябинин в 1959 году разработал логико-вероятностный метод для оценки и анализа надежности сложных технических систем [8].

Построение логико-вероятностных (ЛВ) моделей происходит в три этапа:

1. Строится структурная модель риска или сценарий риска (дерево событий), т.е. определяются случайные события и причинно-следственные связи между ними. Случайные события нижнего уровня называются иницирующими. Их появление приводит к производным событиям.

2. По структурной модели строится логическая модель риска (Л-модель), учитывающая логические связи между событиями. Аргументы логической функции соответствуют событиям (1 – событие произошло, 0 – не произошло);

3. Логическая модель риска преобразуется в вероятностную. Вероятностная модель позволяет вычислить вероятности производных событий, если известны вероятности иницирующих.

В экономике и бизнесе риск является обычным и массовым явлением. Многие финансовые учреждения и банки работают постоянно в условиях риска. Имеется обширная статистика однородных случаев, откуда мы можем получить вероятности иницирующих событий.

Статистические данные накапливаются в базах данных (БД), которые затем обрабатываются методами машинного обучения с построением графиков, рисунков, регрессий и т.д. [9].

Типичная БД представлена как таблица, в строках которой содержатся объекты (кредиты, ценные бумаги, прибыль), а в столбцах – параметры, описывающие эти объекты. Параметры могут быть количественными и качественными. Также имеется столбец, содержащий итоговый параметр эффективности (итог кредитования, величина дохода, и т.п.) [10].

В этой работе мы продемонстрируем применение ЛВ-метода для оценки, анализа и управления риском и эффективностью в банках.

## **2. Управление кредитным риском физических лиц**

Одним из самых распространенных финансовых рисков является кредитный риск, управлению которым посвящено много работ во всем мире [11;12;13;14]. Большое количество работ и методов предлагается для его оценки, однако спрогнозировать возврат кредита со стопроцентной точностью пока невозможно. Предлагаем еще один из возможных методов. Кредиты физических лиц описываются несколькими десятками параметров, каждый из которых имеет от 2 до 15 градаций [15]. Невозврат кредита (дефолт) вследствие конкретного параметра или градации – это случайное событие-параметр или событие-градация. События-градации параметра составляют группу несовместных событий. События с определенной вероятностью приводят к дефолту. Сценарий риска неуспеха кредита излагается так: неуспех кредита происходит либо от какого-то одного, либо каких-то двух, либо ...от всех событий-параметров [15].

Логическая модель риска кредита:

$$Y = X_1 \vee X_2 \vee \dots \vee X_n. \quad (1)$$

где  $n$  – число параметров.

Логическая модель риска кредита в эквивалентной ортогональной форме:

$$Y = X_1 \vee X_2 \overline{X_1} \vee X_3 \overline{X_2} \overline{X_1} \vee \dots$$

Вероятностная модель риска неуспеха кредита:

$$P = P_1 + P_2 Q_1 + P_3 Q_1 Q_2 + \dots, \quad (2)$$

где  $P_1, P_2, \dots$  – вероятности дефолта вследствие параметров;  $Q_1 = 1 - P_1$ ,  $Q_2 = 1 - P_2, \dots$ . В формулу (8) подставляют значения вероятностей для событий-градаций. Кредиты в БД классифицируются по величине риска (рис. 1).

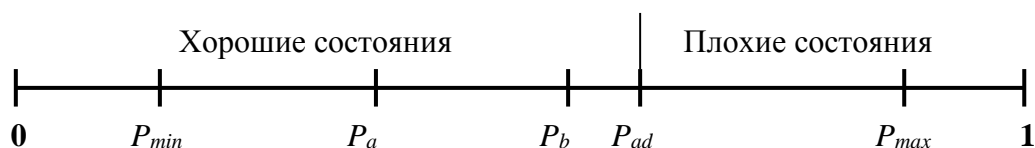


Рис. 1. Схема классификации объектов (состояний) по риску

Идентификация (обучение) ЛВ-модели кредитного риска проводится по статистике предыдущих итогов кредитования [10; 15] и заключается в вычислении вероятностей событий-градаций  $P_{jr}$ ,  $r = 1, 2, \dots, N_j$ ;  $j = 1, 2, \dots, n$ , допустимого кредитного риска  $P_{ad}$  и риска  $P_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, N$  кредитов. Условие  $P_i > P_{ad}$  разделяет кредиты на следующие типы:  $N_{gg}$  – хорошие по статистике и ЛВ-модели;  $N_{gb}$  – плохие по статистике, но хорошие по ЛВ-модели;  $N_{bg}$  – хорошие по статистике, но плохие по ЛВ-модели;  $N_{bb}$  – плохие по статистике и ЛВ-модели.

ЛВ-модель кредитного риска позволяет решать следующие задачи [10; 15]:

1. Количественная оценка риска каждого кредита и среднего риска банка;
2. Количественная оценка вкладов параметров кредитов и их градаций в риск каждого кредита и среднего кредитного риска банка;
3. Определение допустимого риска из условия заданной асимметрии распознавания хороших и плохих кредитов.
4. Исключение из статистики банка, используемой для обучения модели кредитного риска, устаревших и некорректных кредитов;
5. Переобучение ЛВ-модели кредитного риска банка после формирования сигнальной партии завершенных кредитов.

Использование ЛВ-модели кредитного риска дает следующие преимущества:

- повышается точность оценки риска хороших и плохих кредитов в 1,5 – 2,5 раза и соответственно уменьшаются потери банка;
- увеличивается робастность (стабильность) классификации кредитов на хорошие и плохие в семь раз по сравнению с моделями на основе нейронных сетей;
- обеспечивается оптимальное управление процессом кредитования банка;
- управление качеством всего процесса кредитования банка осуществляется изменением параметров как ЛВ-модели риска, так и технологии мониторинга.

### 3. Управление операционным риском банка

В основе операционного риска лежат события нефинансового характера: человеческие ошибки, отказы информационных систем, атака террористов, удар стихии [16]. Поскольку события имеют разную природу, то возникают сложности в формализованном описании и моделировании операционного риска. Задача оценки и управления операционным риском является одной из самых сложных в риск-менеджменте [17; 18; 19].

Базельский комитет<sup>2</sup> определяет восемь основных бизнес-линий в банке. Согласно продвинутому методу [20], в каждой бизнес-линии выделяется семь типов событий операционного риска банка: внутреннее мошенничество  $Z_1$ ; внешнее мошенничество  $Z_2$ ; кадровая политика и безопасность труда  $Z_3$ ; клиенты, продукты и деловая практика  $Z_4$ ; физический ущерб активам  $Z_5$ ; нарушения в ведении бизнеса и системные сбои  $Z_6$ ; исполнение, доставка и управление процессами  $Z_7$ . Это производные события. Каждое событие из  $Z_1, \dots, Z_7$  делится на конкретные элементарные события, которые мы называем *инициирующими*. Иницирующие события рассматриваются как независимые случайные события. Всего выделено 98 событий. События последовательно нумеруются, причем сначала иницирующие события, затем производные. Итоговое производное событие  $Y$  (потери по бизнес-линии) имеет последний номер. Всего число иницирующих событий равно 70. Они одинаковы по описанию, но для каждой бизнес-линии имеют свои вероятности.

---

<sup>2</sup> International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards: A Revised Framework, Bank for International Settlements, Press & Communications, CH-4002 Basel, Switzerland, June 2004, 273 p.

Вероятности определяются по статистическим данным или экспертной информации. Каждому инициирующему событию ставится в соответствие логическая переменная, принимающая значение 1 или 0 (событие произойдет или не произойдет) с определенной вероятностью. Вероятности инициирующих событий можно получить из статистических данных за прошлый период работы банка (Базель II рекомендует трехлетний период) либо экспертным путем (в случае отсутствия статистики).

Далее строим структурную, логическую и вероятностную модели риска для каждой бизнес-линии [21].

Возьмем для примера первую бизнес-линию банка с семью типами неблагоприятных событий  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_7$ , построим для нее структурную модель и определим логическую функцию [21].

Структурная модель является сценарием риска, который формулируется так: событие  $Y_1$  (потери по первой бизнес-линии) произойдет, если произойдет событие  $Z_1$  или событие  $Z_2$ , или  $Z_3, \dots$ , или  $Z_7$ . Иными словами,  $Y_1$  произойдет, если произойдет хотя бы одно событие из  $Z_1, \dots, Z_7$ , либо будет иметь место любая комбинация этих событий, или они произойдут все одновременно (вероятность этого невелика, но отлична от нуля).

Тогда логическая модель для семи типов событий операционного риска  $Z_1, Z_2, \dots, Z_7$  запишется в дизъюнктивной нормальной форме следующим образом:

$$Y_1 = Z_1 \vee Z_2 \vee Z_3 \vee Z_4 \vee Z_5 \vee Z_6 \vee Z_7. \quad (3)$$

Чтобы перейти к вероятностной модели, необходимо перевести выражение (3) в ортогональную дизъюнктивную нормальную форму. Этот переход не прост, с ним связан резкий рост размерности функции, и мы не приводим здесь промежуточные математические выкладки ввиду их громоздкости. Методы и процедуры ортогонализации изложены подробно в [8]. После выполнения этих процедур мы получаем ортогональную логическую функцию, в которой логические переменные и знаки логических операций можно заменить прямой подстановкой на соответствующие им вероятности и знаки арифметических операций. В результате получаем вероятностную модель операционного риска:

$$P\{Y_1=1\} = P(Z_1) + P(Z_2)(1-P(Z_1)) + P(Z_3)(1-P(Z_1))(1-P(Z_2)) + \dots + P(Z_7)(1-P(Z_1))(1-P(Z_2))(1-P(Z_3))(1-P(Z_4))(1-P(Z_5))(1-P(Z_6))(1-P(Z_7)). \quad (4)$$

Вероятностная модель риска для первой бизнес-линии дает возможность рассчитать вероятность убытков по этой бизнес-линии при известных вероятностях инициирующих событий.

Такие модели строятся по каждой из 8-ми бизнес-линий для расчетов вероятностей событий  $Y_1, \dots, Y_8$  [21].

Построим теперь вероятностную модель для расчета операционного риска банка. Операционный риск является суммой вероятностей потерь вследствие неблагоприятных событий по восьми бизнес-линиям.

В дизъюнктивной нормальной форме логическая модель операционного риска банка запишется следующим образом:

$$Y = Y_1 \vee Y_2 \vee Y_3 \vee Y_4 \vee Y_5 \vee Y_6 \vee Y_7 \vee Y_8, \quad (5)$$

где:

$Y$ - операционный риск банка,

$Y_i$  – бизнес-линия банка,  $i = 1, \dots, 8$ .

Путем ортогонализации логической модели получаем вероятностную модель:

$$P\{Y=1\}=P_1+P_2(1-P_1)+\dots+P_8(1-P_1)(1-P_2)(1-P_3)(1-P_4)(1-P_5)(1-P_6)(1-P_7). \quad (6)$$

Заметим, что модель может применяться для оценки операционного риска банка в стандартизованном подходе с использованием значений  $P(Y_1), P(Y_2), \dots, P(Y_8)$  вместо коэффициентов  $\beta$  в формуле резервирования капитала [21]. Такая модифицированная формула позволяет определить размер капитала на покрытие убытков точнее, так как учитывает особенности функционирования конкретного банка вместо коэффициентов  $\beta$ , усредненных по отрасли [21].

На практике можно использовать любую классификацию событий, определенную риск-менеджером для конкретного банка, а не только стандарт Базель II. Также можно определять свои бизнес-линии и типы событий, при условии использования продвинутого метода. Например, в некоторых российских банках иногда выделяют отдельную бизнес-линию, в которую попадают события, не отнесенные к 8-ми стандартным бизнес-линиям. Согласно положениям Базель II, убытки вследствие этих событий списываются на линию с наибольшим доходом.

В общем случае для расчета капитала на покрытие операционного риска банка необходимо по статистическим данным банка вычислить вероятности  $P_{i,j,k}$  и потери  $L_{i,j,k}$  для каждого инициирующего события  $Z_{i,j,k}$ . Здесь:

$i = 1, 2, \dots, 8$  – бизнес-линии;

$j = 1, 2, \dots, 7$  – типы событий;

$k = 1, 2, \dots, N_j$  – индексы событий в  $j$ -типе;

$N_j = 2 \div 20$  – количество событий в типе  $j$ .

Вычислить вероятности инициирующих событий можно из выражения:

$$P_{i,j,k} = N_{i,j,k} / N, \quad (7)$$

где:  $N_{i,j,k}$  – число событий, причинивших потери на бизнес-линии  $i$  по причине  $j$  от инициирующего события  $k$ ;  $N$  – общее число банковских операций на бизнес-линии в течение конкретного рассматриваемого периода.

Резервируемый капитал состоит из величин ожидаемых и непредвиденных убытков. Величина резервирования для ожидаемых убытков  $EL$  определяется из статистических данных или путем сложения всех потерь за календарный год (истинная оценка резервирования) [21]:

$$EL = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^7 \sum_{k=1}^{N_j} L_{i,j,k}, \quad (8)$$

где  $L_{i,j,k}$  – суммарные убытки вследствие реализации (или нескольких реализаций)  $k$ -события  $j$ -типа по  $i$ -бизнес-линии за отчетный период (например, календарный год).

Непредвиденные убытки  $UL^{LP}$  мы можем рассчитать по формуле, используемой для расчета прогнозируемого ущерба в технических системах:

$$UL^{LP} = P_Y L_{max}, \quad (9)$$

где:  $P_Y$  – операционный риск банка, его вычисляют из выражения (6),  $L_{max}$  – максимальная величина убытков на конкретной бизнес-линии, банковской операции или по банку в целом, зависит от того, какой уровень моделирования мы примем.

Выбор величины  $L_{max}$  не прост и должен быть хорошо обоснован. Что выбрать в качестве этой величины: валовой доход или максимальные потери на бизнес-линии – определяет риск-менеджер из сложившейся ситуации и своей квалификации.  $L_{max}$  также можно определить путем экспертных оценок.

Расчет величины резервирования капитала на покрытие риска производится по формуле:

$$R_{Sub}^{LP} = EL + UL^{LP}. \quad (10)$$

Величина  $R_{sub}^{LP}$  является нижней границей резервирования.

Согласно базовому методу индикаторов Базель II [20] и положению ЦБ РФ 346-П<sup>3</sup>, величина резервируемого капитала под операционный риск должна быть не менее 15% от среднего значения валового дохода банка за три года. Это требование определяет нижнюю границу резервирования в случае применения базового метода, а не продвинутого.

Для управления риском также следует вычислять верхнюю границу возможных потерь. Верхняя граница задает уровень возможных потерь при самом неблагоприятном развитии ситуации и появлении редких событий.

Верхняя граница резервируемого капитала вычисляется из выражения (11) с использованием интегрированного показателя вероятности риска по всему банку:

$$R_{Sup}^{LP} = P_Y Q, \quad (11)$$

где:  $Q$  – валовой доход банка;  $P_Y$  – вероятность, полученная по (6).

Результаты расчетов по формулам (8), (10) и (11) будут различны. Какую формулу выбрать, решает риск-менеджер, исходя из имеющихся данных и стоимости затрат на их получение. По выражению (8) мы получаем реальные убытки за прошедший период. Формула (10) дает нам минимальный размер резервируемого капитала (нижнюю границу). В реальности оценить величину потерь вследствие отдельного события бывает сложно, поэтому мы вычисляем также максимальную величину (верхнюю границу) возможных убытков. В нестабильных экономических и политических условиях мы рекомендуем использовать выражение (11) для вычисления максимальной величины резервируемого капитала, с учетом величины дохода банка. При благоприятной и стабильной экономической ситуации мы советуем использовать формулу (10) для оптимизации величины резервируемого капитала.

---

<sup>3</sup> Положение N 346-П о порядке расчета размера операционного риска (утв. Банком России 03.11.2009) (ред. от 18.11.2015)/

#### 4. Управление портфелем ценных бумаг

Одним из основных рыночных рисков является фондовый риск, который требует использования математического аппарата [22]. Применению ЛВ-аппарата для управления этим риском посвящена работа В. Алексеева [23].

Связь параметров риска и эффективности для портфеля ценных бумаг и анализа риска и эффективности экономических систем и процессов представлена на рис. 2. Здесь дискретное распределение вероятностей для параметра эффективности  $Y$  построено для множества  $N$  состояний по статистическим данным. Минимально допустимое значение параметра эффективности равно  $Y_{ad}$ . Зачерненная площадь определяет  $Risk$  как вероятность состояний с эффективностью меньшей, чем допустимая. Для «хвоста» распределения параметра эффективности вычисляют также энтропию  $H_{ad}$  и число опасных состояний  $N_{ad}$ .

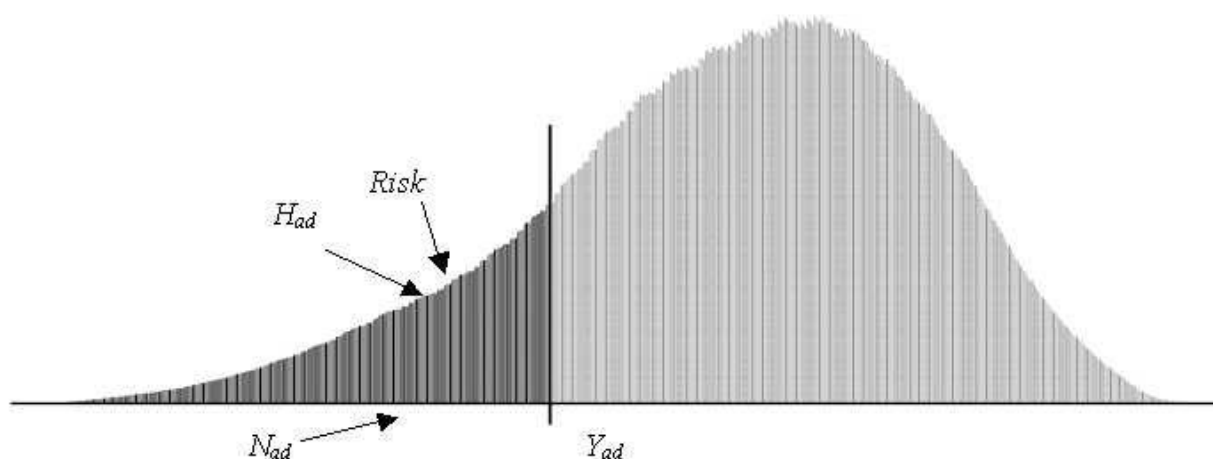


Рис. 2. Гистограмма распределения параметра доходности

База данных (табл. 1) содержит статистическую информацию о доходности активов портфеля в разные моменты времени. В этой таблице столбцы – это активы в портфеле, а количество строк достигает нескольких сотен. Модификация БД заключается в том, что диапазон значений доходности каждого актива  $j$  разбивается на интервалы  $Z_{jr}$ . Пронумерованные интервалы – это состояния актива. Таким образом, строки – это последовательные состояния активов портфеля. Каждому активу  $j$  соответствует логическая переменная  $Z_j$ . Каждому состоянию  $r$  актива  $j$  соответствует случайное событие-градация  $Z_{jr}$ . Чтобы выбрать оптимальный портфель, нам нужно определить доли активов  $x_1, \dots, x_j, \dots, x_n$  при критериях оптимизации:

1. Максимальная допустимая доходность портфеля  $Y_{ad}$  при постоянном заданном риске  $Risk$ :

$$Y_{ad} \rightarrow \max; Risk = \text{const.}$$

2. Минимальный риск  $Risk$  при постоянной заданной допустимой доходности  $Y_{ad}$ :

$$Risk \rightarrow \min; Y_{ad} = \text{const.}$$

Предложены алгоритмы оптимизации методами случайного поиска и градиентов [10]. В них учитывается, что сумма долей равна 1. На каждом шаге оптимизации доли активов нормируются. Вычисляются следующие значения:

- число состояний  $N_{ad}$  в «хвосте» ( $Y < Y_{ad}$ );
- риск портфеля  $Risk = N_{ad} / N$ , где  $N$  – число состояний портфеля в БД;
- число появлений событий-градаций для каждого актива  $N_{j r_j}$  во всех состояниях портфеля, где  $r_j = 1, 2, \dots, N_j$  – градации в активе  $j$ ;
- вероятности событий-градаций активов, вычисленных по всем состояниям портфеля  $P_{j r_j} = N_{j r_j} / N$ .

Формула для расчета вероятности состояния  $i$  портфеля [10; 23]:

$$p_i = P(Y_i) = p_{1 r_1} \cdot \dots \cdot p_{j r_j} \cdot \dots \cdot p_{n r_n}, \quad (12)$$

где  $p_{1 r_1}, \dots, p_{j r_j}, \dots, p_{n r_n}$  – вероятности (частоты) соответствующих событий-градаций активов для состояния  $i$  портфеля.

Пусть для портфеля известны относительные доли капитала  $x_1, \dots, x_j, \dots, x_n$ , вложенного в каждый актив  $1, 2, \dots, n$ . Вклады событий-градаций активов в допустимую доходность портфеля  $Y_{ad}$ :

$$W_{jr} = N_{jr} / N_{ad}, j=1, 2, \dots, n; r=1, 2, \dots, N_j, \quad (13)$$

где  $N_{ad}$  и  $N_{jr}$  – числа опасных состояний портфеля в «хвосте» распределения и состояний портфеля, содержащих градацию  $r$  актива  $j$ , удовлетворяющих условию

$$Y_i < Y_{ad}. \quad (14)$$

Вклады событий-градаций активов в *Risk* следующие:

$$C_{jr} = P_{jr} / Risk, j = 1, 2, \dots, n; r = 1, 2, \dots, N_j, \quad (15)$$

где  $P_{jr}$  – сумма вероятностей состояний с градацией  $r$  актива  $j$ .

Градации с наибольшим вкладом показывают вероятность дефолта ценной бумаги. Эти вклады – основа для управления портфелем путем оперативного замещения одного актива другим или изменения долей капитала  $X_1, \dots, X_j, \dots, X_n$ , инвестированного в портфель.

По (12) можно рассчитать вероятности всех состояний портфеля. Но в реальности мы имеем информацию только о тех состояниях, которые есть в статистике. Вероятности нереализованных состояний портфеля вычисляются генерацией методом Монте-Карло всех этих состояний или только небольшой их части.

Установим минимально допустимый доход  $Y_{ad}$  и сделаем переход от VAR-модели (рис. 2) к ЛВ-модели:

$$Y = Z_1 \vee Z_2 \vee \dots \vee Z_j \vee \dots \vee Z_n, \quad (16)$$

преобразуем ее в ортогональную форму и запишем вероятностную модель:

$$P\{Y\} = P_1 + P_2(1-P_1) + \dots + P_3(1-P_2)(1-P_1) + \dots \quad (17)$$

В (16) для каждого состояния портфеля мы должны заменить логические переменные  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$  соответствующими им логическими переменными их градаций. В (17) для каждого состояния портфеля мы должны поместить вероятности событий-градаций.

Для определения вероятностей  $P_{jr}, r = 1, 2, \dots, N_j; j = 1, 2, \dots, n$ , которые помещаются в (17), мы выполняем идентификацию [10; 15].

**Исследование по управлению портфелем ценных бумаг.** Выполнялись расчеты по управлению портфелем [23]. Управление портфелем заключается в изменении долей активов в соответствии с результатами оптимизации выбранной модели риска. Мы управляли портфелем, состоящим из девяти акций крупных компаний (Аэрофлот, АвтоВАЗ, ГМК «Норильский Никель», Иркутскэнерго, Газпром, Ростелеком, РАО ЕЭС, Сбербанк, Татнефть). Изначально капитал распределен между активами примерно в равных долях.

Взят период с 01.1.2005 по 31.12.2005. Использовали ЛВ-модель с полным учетом зависимости. Выбрана 100-дневная предыстория. Портфель оптимизировали ежедневно по критерию минимизации риска для заданного уровня доходности. Также вычислялись риск и эффективность неизменяемого портфеля, индекс РТС и индекс Шарпа [24] (который показывает эффективность управления и как доходность оправдана заданным уровнем риска).

Результаты вычислений при различных  $Y_{ad}$  представлены в табл. 1.

**Таблица 1. Вычисленные параметры портфеля**

Актив	Коэффициент Шарпа, %	$P_{jm}$ при Risk=0%	$P_{jm}$ при Risk=0,5%	$P_{jm}$ при Risk=1%	$P_{jm}$ при Risk=2%
Ростелеком	24,1	0,1317	0,1105	0,0491	0,0198
РАО ЕЭС	36,3	0,2124	0,0933	0,0517	0,0229
Сбербанк	21,6	0,1875	0,0727	0,0703	0,0349
Лукойл	18,0	0,1431	0,1063	0,0636	0,0168

При Risk = 0% на доходность в основном влияют акции РАО ЕЭС. Ситуация другая, если мы повышаем риск. Например, риск более 1% и 2% вызывается, главным образом, акциями Сбербанка.

В результате анализа по весам событий мы определили наиболее опасные активы и их градации. Эти веса используются для управления портфелем путем замены одного актива на другой или изменения долей  $x_1, \dots, x_j, \dots, x_n$  инвестируемого капитала.

Данные свидетельствуют об эффективности технологии ЛВ-управления риском. По величине доходности мы превысили индекс рынка и величину равновесного портфеля, причем стандартное отклонение доходности у нашего портфеля было ниже.

## **5. Заключение**

Мы рассмотрели применение ЛВ-моделей для оценки основных рисков банка и управления ими. Исследования выполнялись в течение 15 лет и показали возможность практического применения метода. По сравнению с техническими системами, логические модели достаточно просты и, как правило, имеют дизъюнктивную нормальную форму, соответствуя структуре исходных статистических данных (выражения (1), (5), (16) имеют одинаковую структуру). Однако ЛВ-модели в экономике могут быть сложнее и основываться не на структуре исходных данных из БД, а на сценарии риска, например, модель внутреннего мошенничества в банке [25] или модели взяток и коррупции [26; 27].

Конечно, наличие большого объема статистических данных облегчает применение ЛВ-моделей, но требуется алгоритм идентификации. Это сложная задача оптимизации многомерной целочисленной функции с вещественными аргументами [10; 15].

ЛВ-модели позволяют вычислять риск (вероятность неблагоприятного события) и вклады инициирующих событий в риск. Таким образом, мы можем выявлять «слабые» элементы в системе и стараться снизить риск. Управление риском осуществляется принятием решений в зависимости от величин вкладов.

Если у нас нет статистических данных, мы используем метод сводных рандомизированных показателей [28], позволяющий получить оценки вероятностей по нечисловой, неполной и неточной экспертной информации.

Интеграция ЛВ-моделей, алгоритма идентификации и метода сводных рандомизированных показателей дает мощный аналитический инструмент для управления риском и принятия решений в банках и инвестиционных компаниях.

#### Список источников

1. **Бернштейн П.** Против богов. Укрощение риска. М.: Олимп-Бизнес, 2000.
2. The Global Risks Report 2017. URL: [www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2017](http://www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2017) (дата обращения 30.05.2017).
3. **Соложенцев Е.Д.** Невалидность и события-высказывания в логико-вероятностных моделях для управления риском в социально-экономических системах // Проблемы анализа риска. 2015. том. 12, N 6. С. 30–43.
4. **Порецкий П.С.** Решение общей задачи теории вероятностей при помощи математической логики // Собрание протоколов заседаний секции физико-математических наук общества естествоиспытателей при Казанском университете. Казань, 1887. Т.5. С. 83–116.
5. **Бернштейн С.Н.** Собрание сочинений. Т. 1–4. М, 1952–1964.
6. **Колмогоров А.Н.** Общая теория меры и исчисление вероятностей // Труды Коммунистической академии. Т 1. Математика. М, 1929. С. 8–21.
7. **Гливенко В. И.** Курс теории вероятностей. - М.: ГОНТИ, 1939.
8. **Рябинин И.А.** Надежность и безопасность структурно-сложных систем // СПбГУ, 2007, 276 с.
9. **Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.** The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction, Springer 2009, 764 p.

10. **Solozhentsev E.D.** Risk Management Technologies (with Logic and Probabilistic Models). Springer, 2013, 328 p.
11. **Zveruk L., Ivanyuk S.** The Foundations of Developing a Bank's Credit Risk Management Strategy // Business Inform, 2017. Vol 4, pp. 279-284.
12. **Gila-Gourgoura E., Nikolaidou E.** Credit Risk Determinants in the Vulnerable Economies of Europe: Evidence from the Spanish Banking System // International Journal of Business & Economic Sciences Applied Research. Mar 2017, Vol. 10 Issue 1, pp. 60-71.
13. **Salim R.; Arjomandi A.; Dakpo K. H.** Banks' efficiency and credit risk analysis using by-production approach: the case of Iranian banks // Applied Economics. Jun2017, Vol. 49 Issue 30, pp. 2974-2988.
14. **Li J., Zinna G.** On Bank Credit Risk: Systemic or Bank Specific? Evidence for the United States and United Kingdom // Journal of Financial & Quantitative Analysis. Dec2014, Vol. 49 Issue 5-6, pp. 1403-1442.
15. **Karasev V.V.** Monitoring and Crediting Process Control with Use of Logical and Probabilistic Risk Model // International Journal of Risk Assessment and Management, Vol. 18, Nos 3\4, 2015, pp. 276-287.
16. **Ergashev B., Pavlikov K., Uryasev S., Sekeris E.** Estimation of Truncated Data Samples in Operational Risk Modeling // Journal of Risk & Insurance. Sep2016, Vol. 83 Issue 3, pp. 613-640.
17. **Kaspereit T., Lopatta K. Pakhchanyan S., Prokop J.** Systemic operational risk // Journal of Risk Finance. 2017, Vol. 18 Issue 3, pp. 252-262.
18. **McKim V.L.** Operational risk assessment // Journal of Business Continuity & Emergency Planning. Summer2017, Vol. 10 Issue 4, pp. 339-352.
19. **Panjer H.H.** Operational Risk: Modeling Analytics. Wiley, 2006, 448 p.
20. **Baijal R.** Managing operational risk in relation to internal capital adequacy assessment process (ICAAP) // Journal of Securities Operations & Custody. Spring 2017, Vol. 9 Issue 2, pp. 185-191.
21. **Karaseva E.** Ability of Logical and Probabilistic Model for Operational Risk Management // Reliability: Theory & Applications, N 3 (42), Vol. 11, September 2016, pp. 23-32.
22. **Borochin P., Yang J.** Options, equity risks, and the value of capital structure adjustments // Journal of Corporate Finance. Feb 2017, Vol. 42, pp. 150-179.
23. **Алексеев В.В., Соложенцев Е.Д.** Логико-вероятностное моделирование риска портфеля ценных бумаг // Информационно-управляющие системы. N 6(31). 2007. С. 49–56.
24. **Scholz H.** (2007). «Refinements to the Sharpe ratio: Comparing alternatives for bear markets» // Journal of Asset Management. 7 (5): pp. 347-357.
25. **Карасева Е.И.** Анализ вкладов событий в операционный риск банка // Научно-технические ведомости. Серия Экономика. № 3. 2012. С. 151–154.

26. **Соложенцев Е.Д.** Топ-экономика. Управление экономической безопасностью. 2-е изд. СПб.: Троицкий мост, 2016. 272 с.
27. **Solozhentsev E.D.** The Management of Socioeconomic Safety. Cambridge Scholars Publishing, 2017, 255 p.
28. **Karaseva E.I., Alexeev V.V.** Synthesis and analysis of probabilities of events by non-numeric, inaccurate and incomplete expert information // International Journal of Risk Assessment and Management, Vol. 18, Nos 3\4 , 2015. P. 222-236.

#### References

1. **Bernstajjn P.** Protiv bogov. Ukroshhenie riska. M.: Olimp-Biznes, 2000.
2. The Global Risks Report 2017. URL: [www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2017](http://www.weforum.org/reports/the-global-risks-report-2017) (дата обращения 30.05.2017).
3. **Solozhentsev E.D.** Nevalidnost' i sobytija-vyskazyvanija v logiko-verojatnostnyh modeljah dlja upravlenija riskom v social'no-jekonomicheskikh sistemah // Problemy analiza riska. 2015. Tom. 12. N 6. С. 30–43.
4. **Poretsky P.S.** Reshenie obshej zadachi teorii verojatnostej pri pomoshhi matematicheskoj logiki // Sobranie protokolov zasedanij sekcii fiziko-matematicheskikh nauk obshhestva estestvoispytatelej pri Kazanskom universitete. Kazan', 1887. T.5. S. 83–116.
5. **Bernshtejn S.N.** Sobranie sochinenij. T. 1–4, M, 1952–1964.
6. **Kolmogorov A.N.** Obshhaja teorija mery i ischislenie verojatnostej // Trudy Kommunisticheskoj akademii. T 1. Matematika. M, 1929. S. 8–21.
7. **Glivenko V.I.** Kurs teorii verojatnostej. M.: GONTI, 1939.
8. **Ryabinin I.A.** Nadezhnost' i bezopasnost' strukturno-slozhnyh sistem // SPbGU, 2007. 276 s.
9. **Hastie T., Tibshirani R., Friedman J.** The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction, Springer 2009, 764 p.
10. **Solozhentsev E.D.** Risk Management Technologies (with Logic and Probabilistic Models). Springer, 2013, 328 p.
11. **Zveruk L., Ivanyuk S.** The Foundations of Developing a Bank's Credit Risk Management Strategy // Business Inform, 2017. Vol 4, pp. 279-284.
12. **Gila-Gourgoura E., Nikolaidou E.** Credit Risk Determinants in the Vulnerable Economies of Europe: Evidence from the Spanish Banking System // International Journal of Business & Economic Sciences Applied Research. Mar2017, Vol. 10 Issue 1, pp. 60-71.
13. **Salim R.; Arjomandi A.; Dakpo K. H.** Banks' efficiency and credit risk analysis using by-production approach: the case of Iranian banks // Applied Economics. Jun2017, Vol. 49 Issue 30, pp. 2974-2988.
14. **Li J., Zinna G.** On Bank Credit Risk: Systemic or Bank Specific? Evidence for the United States and United Kingdom // Journal of Financial & Quantitative Analysis. Dec2014, Vol. 49 Issue 5-6, pp. 1403-1442.

15. **Karasev V.V.** Monitoring and Crediting Process Control with Use of Logical and Probabilistic Risk Model // *International Journal of Risk Assessment and Management*, Vol. 18, Nos 3\4, 2015, pp. 276-287.
16. **Ergashev B., Pavlikov K., Uryasev S., Sekeris E.** Estimation of Truncated Data Samples in Operational Risk Modeling // *Journal of Risk & Insurance*. Sep2016, Vol. 83 Issue 3, pp. 613-640.
17. **Kaspereit T., Lopatta K. Pakhchanyan S., Prokop J.** Systemic operational risk // *Journal of Risk Finance*. 2017, Vol. 18 Issue 3, pp. 252-262.
18. **McKim V.L.** Operational risk assessment // *Journal of Business Continuity & Emergency Planning*. Summer2017, Vol. 10 Issue 4, pp. 339-352.
19. **Panjer H.H.** *Operational Risk: Modeling Analytics*. Wiley, 2006, 448 p.
20. **Baijal R.** Managing operational risk in relation to internal capital adequacy assessment process (ICAAP) // *Journal of Securities Operations & Custody*. Spring 2017, Vol. 9 Issue 2, pp. 185-191.
21. **Karaseva E.** Ability of Logical and Probabilistic Model for Operational Risk Management // *Reliability: Theory & Applications*, N 3 (42), Vol. 11, September 2016, pp. 23-32.
22. **Borochin P., Yang J.** Options, equity risks, and the value of capital structure adjustments // *Journal of Corporate Finance*. Feb 2017, Vol. 42, pp. 150-179.
23. **Alexeev V.V., Solozhentsev E.D.** Logiko-verojatnostnoe modelirovanie riska portfelja cennyh bumag // *Informacionno-upravljajushhie sistemy*, N 6(31). 2007. S. 49–56.
24. **Scholz H.** (2007). «Refinements to the Sharpe ratio: Comparing alternatives for bear markets» // *Journal of Asset Management*. 7 (5). pp. 347-357.
25. **Karaseva E.I.** Analiz vkladov sobytij v operacionnyj risk banka // *Nauchno-tehnicheskie vedomosti. Serija Jekonomika*. № 3. 2012. C. 151–154.
26. **Solozhentsev E.D.** *Top-jekonomika. Upravlenie jekonomicheskoy bezopasnost'ju*. 2-e izd. SPb.: Troickij most, 2016. 272 s.
27. **Solozhentsev E.D.** *The Management of Socioeconomic Safety*. Cambridge Scholars Publishing, 2017, 255 p.
28. **Karaseva E.I., Alexeev V.V.** Synthesis and analysis of probabilities of events by non-numeric, inaccurate and incomplete expert information // *International Journal of Risk Assessment and Management*, Vol. 18, Nos 3\4, 2015. P. 222-236.