

26. **Beebe N.** A Selected Bibliography of Publications by, and about, Benoit Mandelbrot.
27. **Rozmainskij I.V. Vklad H.F.** Minski v ehkonomicheskuyu teoriyu i osnovnye prichiny krizisov v pozdneindustrial'noj denezhnoj ehkonomike // EHkonomicheskij vestnik Rostovskogo gosudarstvennogo universiteta. – 2009. – Т. 7. – № 1. – S. 31–43.
28. <https://cyberleninka.ru/article/n/teorii-finansovyh-puzyrey>.
29. **Klioutchnikov I., Sigova M., Beizerov N.** Chaos theory in finance // Procedia Computer Science, Vol. 119, 2017. P. 368–375.
30. **Tsonis A.A., Elsner J.B.** Nonlinear prediction as a way of distinguishing chaos from random fractal sequences // Nature. International Journal of Science, Vol. 358, 16 July 1992. P. 217–220.

УДК 519.862

БАЙЕСОВСКАЯ ЭКОНОМЕТРИКА В ФИНАНСОВЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ: ПРОБЛЕМЫ И ПЕРСПЕКТИВЫ

КЛЮЧНИКОВ Игорь Константинович, д.э.н, профессор¹

КОЛЬЦОВ Артем Николаевич, аспирант²

¹ Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Международный банковский институт», Санкт-Петербург, Россия

²Кафедра экономики и финансов предприятий и отраслей,
Автономная некоммерческая организация высшего образования
«Международный банковский институт», Санкт-Петербург, Россия

Адрес для корреспонденции:

И.К. Ключников, 191023, Невский пр., 60

Т.: + 7 (921) 904 20 84. E-mail: igorkl@list.ru

Аннотация

В статье проводится структуризация направлений применения байесовской эконометрики в финансах и определяются перспективы развития байесовского метода в финансовом моделировании. Для этого анализируются основные особенности использования байесовского метода, рассматриваются вопросы соотношения объективного и субъективного, отличия частотно-статистических и байесовских приемов, а также воздействие новых алгоритмов и теорий на развитие байесовского метода в финансовых исследованиях. Прослежены особенности маршрутизации частотного и байесовского выводов в финансовых моделях. Описаны варианты применения байесовского метода в ряде финансовых моделей.

Ключевые слова

Байесовский метод в финансах, апостериорная вероятность, финансовые теории, финансовое прогнозирование, DSGE, VAR, эконометрика.

UDC 519.862

BAYESIAN ECONOMETRICS IN FINANCIAL RESEARCH: PROBLEMS AND PROSPECTS

KLUCHNIKOV I. K., Doctor of Economics, Professor¹

KOLTSOV A.N., postgraduate²

¹Autonomous nonprofit organization of higher education
«International Banking Institute», Saint-Petersburg, Russia

²Autonomous nonprofit organization of higher education
«International Banking Institute», Saint-Petersburg, Russia

Address for correspondence: Kluchnikov Igor K., 191023, Nevsky pr., 60,
St. Petersburg, Russia

T.: + 7 (921) 904 20 84. E-mail: igorkl@list.ru

Abstract

The article deals with the structuring of areas of application of Bayesian econometrics in finance and identifies prospects for the development of the Bayesian method in financial modeling. The authors analyze the main features of the use of the Bayesian method; consider questions of the relationship between the objective and the subjective, the differences in frequency-statistical and Bayesian techniques, as well as the impact of new algorithms and theories on the development of the Bayesian method in financial research. The features of routing frequency and Bayesian conclusions in financial models are traced. The options for applying the Bayesian method in a number of financial models are described.

Keywords

Bayesian method in finance, a posteriori probability, financial theories, financial forecasting, DSGE, VAR, econometrics

1. Постановка задачи

В настоящее время байесовская эконометрика широко используется в финансах для различных оценок и прогнозирования, а также в процессе выработки и тестирования решений. Байесовский метод является важным инструментом как в макроэкономических исследованиях, в которых финансовая составляющая играет активную роль и требуется разрабатывать денежно-кредитную и фискальную политику и прогнозировать состояние финансового рынка, так и в различных оценках активов, корпоративных финансах, портфельном управлении, опционной, фьючерсной и валютной торговле, при вы-

страивании киберотношений с клиентами, а также в исследованиях в области финансового учета.

В каждом примере использование байесовского метода в финансах достаточно специфично. Однако есть некоторые объединяющие темы, которые проходят во многих случаях. *Первой* из них по значимости является привлечение алгоритмов апостериорного моделирования в интенсивные вычисления, что во многом позволило справиться с проблемами, связанными с «большими данными». Быстрое распространение компьютерной техники и разработка более сложных алгоритмов моделирования финансовых процессов дало возможность байесовским принципам фактически революционизировать данный процесс. Причем развитие шло в направлении, которое позволило байесовскому методу и новым алгоритмам подключиться к традиционным финансовым моделям и, по сути, интегрироваться с ними, что привело к взаимному дополнению и обогащению. Во многих новых моделях финансового рынка байесовский метод стал преобладать, поскольку он ввел в процесс моделирования нерегулярные распределения больших размеров, а также позволил учесть скачки в непрерывности и адаптироваться к текущим изменениям. Такие особенности позволяли учитывать повышенную волатильность финансового рынка и слабую его предсказуемость обычными статистическими методами. Посредством правил Байеса процедура вычисления вероятностей сложных событий, происходящих на финансовых рынках и зависящих от значительного объема данных, выполняется с помощью нахождения вероятностей более простых событий.

В качестве примера можно выделить две группы моделей, которые впитали байесовский метод и благодаря этому стали популярными в аналитической, управленческой и прогнозной работе в финансовой сфере и в макроэкономическом анализе при разработке денежно-кредитной и фискальной политики: модели динамического стохастического общего равновесия (DSGE) и различные варианты модели стоимостной меры риска (VAR).

Модели нового поколения динамического стохастического общего равновесия (DSGE) используются во многих центральных банках, включая Банк России [1], Федеральный резервный банк [2], Европейский центральный банк, а также в таких межгосударственных организациях, как Банк международных расчетов [3], Всемирный банк, Международный валютный фонд. Они являются существенной частью инструментальной работы при разработке монетарной политики центральных банков. Модели обеспечивают общую картину равновесия, что необходимо для оценки альтернативных сценариев,

макроэкономических рисков и экономического прогнозирования. Теоретически модели DSGE с байесовским включением имеют более четкие микроосновы, что позволяет им коррелировать перекрестные уравнения, которые связывают макроэкономические реакции с происходящими потрясениями на рынке, тем самым обеспечиваются более тесные связи между научными исследованиями и регуляционной практикой центральных банков. Учитывая важность нетрадиционных действий в области денежно-кредитной политики, в модели DSGE подключались байесовские методы, которые позволяют более реалистично описывать финансовые рынки, учитывать не только поток данных, но и экспертные заключения, а также реагировать на шоки, производить прогнозные оценки возможных последствий и передавать рынку через регуляционные рычаги требуемые импульсы. Обзор моделей и направлений их использования был проведен группой исследователей [4].

Модели DSGE с байесовскими включениями начинаются с четко определенной экономической структуры микроосновы и направлены на оптимизацию субъективного и рационального ожидания. В свою очередь модели VAR используют статистический подход, рассматривая все переменные как эндогенные и пытаются раскрыть статистический процесс, который мог бы генерироваться наблюдаемыми данными, но и они в последнее время стали инкорпорировать байесовский метод, что позволяет существенно повышать надежность прогнозов. Так, например, на базе байесовской эконометрики были созданы модели, позволившие оценивать риск через меру энтропии финансового рынка – EVAR-модель [5], чувствительную к рыночным эксцессам и волатильности посредством переработки функции риска с помощью расширения Корниша-Фишера – CFVAR-модель [6].

Вторая тема, определяющая «сквозное» применение байесовских методов во многих исследованиях рынка, относится к возможности работы с неоднородностями. Данная особенность важна при переходе к переработке субъективных данных и создании алгоритмов, призванных управлять персональными финансами, учитывающими реакции клиентов. Включение байесовской эконометрики в модели позволило оттеснить на задний план методы на основе регрессии, учитывающие групповое поведение, и перейти к индивидуализации обслуживания клиентов. В результате модели стали полнее учитывать меняющиеся по времени параметры – допускать как постепенную эволюцию, так и скачкообразную их смену [7]. Такое свойство особенно важно в условиях повышенной неопределенности с кризисными взбросами. Включение в алгоритмы марковских переключений позволило учитывать

различные скачкообразные расширения и сокращения, в частности, воздействие процентной ставки на хозяйство при смене фаз цикла [8]. Модели с переключением режимов полнее соответствуют финансовым рынкам, как часто и резко меняющим свое поведение, так и сохраняющим значение в течение нескольких периодов после скачков [9].

Третья тема вытекает из общих подходов при изучении распространения параметров финансового пространства и его перенастройки в контексте многомерности. Многие современные модели обладают многомерным пространством параметров. Такая особенность проявляется либо напрямую, что, в частности, относится к финансовой модели VaR, которая применяет векторную авторегрессию и нелинейное расширение, либо косвенно – через скрытые переменные высокой размерности. Кроме того, решение проблемы позволило по-другому подойти к гипотезе ценообразования финансовых активов, в том числе к Блэк-Шоулз-Мертон- опционной модели, в частности, посредством включения в нее самонастроек позволяющих проводить корреляции между различными финансовыми активами по мере изменения цен [10]. Такой подход получил распространение в управлении инвестиционными и кредитными портфелями. Последнее было вызвано необходимостью увеличения параметров модели посредством включения показателей, отражающих скачкообразные изменения рыночных условий [11]. Такой подход позволил перейти к анализу стрессовых режимов и точнее оценивать состояние портфеля на разных фазах экономического цикла.

Четвертая тема вытекает из подключения байесовского метода к проблемам, связанным с принятием решений, в частности, в ходе оценки склонности не только групп к определенным инвестиционным решениям, но и отдельных клиентов. Показатели склонности и индивидуальности запросов клиентов не отображаются в функции правдоподобия, а требуют более веской аргументации. Дело в том, что персонификацию взаимоотношений сложно учитывать в традиционных моделях, поскольку не всегда данные непосредственно обозреваются. К тому же происходит чрезмерная распыленность информации, что затрудняет ее параметризацию и включение в модель, а также возможны большие шумовые помехи. Решает эти задачи метод инструментальных переменных, то есть использование дополнительных переменных, не участвующих в модели и превышающих ее вычислительные возможности [12]. Данный метод позволяет устранить зависимость достаточно простых линейных регрессивных моделей от случайных ошибок посредством дополнительной оценки их параметров. Экономисты используют мно-

жество инструментов для проверки моделей, включая тематические исследования, лабораторные экспериментальные исследования и статистику. Своеобразное тестирование моделей с байесовской составляющей провел Уэи Джанг. Он рассмотрел 255 работ «Большой тройкой» аудиторских фирм с использованием метода инструментальных переменных и выявил, что в 80% случаев данный метод повышает точность оценок [13].

Пятая общая тема подключения байесовского метода к финансовым исследованиям основана на совмещении предположений о распределении данных и наблюдениями за их фактическим распределением, то есть теоретико-логических рассуждений с вероятностными процессами реальных рынков. Модели возникают как следствие предположений относительно наблюдаемых финансовых рынков, а их параметры представляют собой удобный математический способ представления о процессах на них. Байесовский метод позволяет приблизить априорные рассуждения к реальным процессам в регрессивных моделях, а также совместить субъективизм с объективностью, предоставить более четкое изложение субъективистской позиции, которая лежит в большей части байесовского метода.

Общая тенденция в модельных оценках экономистов – переход от преобладания максимизации эффективности к обеспечению нюансированного подхода при симулировании рыночного поведения. Как раз байесовский метод позволяет учитывать новую мотивацию исследователей, наблюдаемую на фоне значительных успехов финансовой математики и роста интереса к универсальным формулам естественных наук. Поэтому общей темой является проникновение байесовского метода как в микро-, так и макроэкономический финансовый мир.

Список научных работ по байесовской эконометрике обширен. Однако исследования по применению байесовского метода непосредственно в финансовом моделировании практически отсутствуют, несколько работ, указанных в дальнейшем, относятся к применению байесовского метода в экономике и финансах, а также при решении частных финансовых проблем. В обзоре почти 1000 работ, связанных с байесовской тематикой в эконометрике, обзоре, проведенном специалистами в рамках программы Школы экономики Эразмус Университета (Роттердам) совместно с Институтом Гинбергена Амстердамского университета в 2014 г., лишь в несколько статей включена финансовая тематика [14]. Вместе с тем для более полного понимания возможностей и пределов использования байесовской эконометрики в финансовом моделировании необходимы специальные исследования данной

проблемы. Авторы настоящей статьи не претендуют на полное ее освещение. Задачи более скромные: во-первых, обратить внимание исследователей на данную проблему в плане как необходимости разбора особенностей применения байесовского метода в финансах, так и выбора финансовых моделей для приложения байесовской эконометрики; во-вторых, разобраться с причинами и особенностями применения метода в финансовой сфере; в-третьих, рассмотреть такие частные вопросы, но имеющие ключевое значения для понимания значения байесовского метода в финансах, как соотношение объективного и субъективного, отличия частотно-статистических и байесовских приемов, а также воздействие новых алгоритмов и теорий на развитие байесовского метода в финансовых исследованиях.

2. Преимущества байесовского метода в финансовых исследованиях

В последние годы байесовский метод пользовался особым успехом в финансовых исследованиях, что во многом было достигнуто за счет следующих его свойств: (1) возможности оперирования в многомерном пространстве параметров; (2) включения финансовой теории в модели, а также сокращения разрыва между теорией и эконометрическим анализом; (3) возможности адаптации к быстрой смене параметров, обеспечения большей гибкости в структуре модели прежде всего за счет распределения приоритетов и предположений о распределении результатов; (4) способности к реструктуризации привычных моделей (например, позволили создать гибкие иерархические структуры), что усилило обоснованность выбора в микроэкономике финансов; (5) подключения и использования «сопряженной» информации для корреляции оценок и включения в анализ неопределенно априорной информации; (6) изменения подхода к выводу и превращения его в процесс, что позволило полнее учитывать неопределенность, менять и добавлять параметры и данные, а также включать в анализ ненаблюдаемые закономерности; (7) возможности последующей коррекции результатов, что позволило решить проблему условно вероятностных утверждений, которые играли большую роль при разработке денежно-кредитной политики.

Метод Монте-Карло и цепь Маркова во многом способствовали развитию байесовской эконометрики и завоеванию современных позиций в финансовом моделировании [15]. Более того, в вышеуказанном совместном исследовании Эразмусского и Амстердамского университетов отмечалось, что метод «Монте-Карло спас Байес» [16]. Важной темой в современной байесовской финансовой эконометрике является применение рекурсивного алго-

ритма для численного решения проблем оценки в нелинейных и негауссовских случаях (алгоритм многочастичного фильтра), который был описан в 1990-х гг. и стал одним из основных примеров алгоритма последовательного метода Монте-Карло [17]. Посредством этого алгоритма фильтруются рыночные шумы и производится последовательная выборка оптимального варианта [18], что в принципе необходимо практически для всех достаточно сложных финансовых моделей.

Во второй половине текущего десятилетия продвижение байесовской эконометрики в финансах подкреплялось передовыми алгоритмами моделирования и было связано преимущественно с учетом в моделях (параметрах, структуре и выводах, представленных как процесс) проблем резко возросшей волатильности финансового рынка. Например, были определены дополнительные характеристики свойств оптимальности финансовых моделей [19], привлечены новые алгоритмы для более полного учета волатильности [20], риска [21], времени [22] и повышенной неопределенности [23].

Вычислительная революция освободила байесовскую эконометрику от целого ряда ограничений и стала основой широкого ее использования в финансовом моделировании. До появления современной вычислительной техники примеры использования байесовского метода в финансах были достаточно редкими. Они в основном сводились к случаям нормальной линейной регрессии, например, фондовых индексов или цен. В настоящее время ассортимент и уровень сложности расчетов значительно возросли. Для перехода к сложному анализу и большим данным оказались очень полезными схемы более быстрого моделирования, возможности которых раскрылись благодаря увеличению вычислительной мощности. Особенно они были заметны в моделях VaR. Собственно, во многом их успешное продвижение и завоевание ведущих позиций в оценках риска в портфельном управлении вызваны байесовскими приемами, позволившими полнее учитывать в решениях реальные рыночные процессы.

Нередко при принятии решений необходимо было учитывать асимметричные функции риска. В таких случаях использование симметричных распределений было нецелесообразно. Эконометрические модели с байесовским методом решали данные проблемы, поскольку они не были привязанными ни к нормальности, ни к линейности, а включали методы, которые могли ослабить как нормальности, так и линейности за счет своей гибкости или непараметричности.

Наконец, байесовские методы отличались от традиционных статистических методов сильным теоретическим обоснованием реальных рыночных процессов. Включение байесовских методов в финансовые модели часто ведет к алгоритмическим конструкциям в терминах структурных параметров с экономико-финансовой интерпретацией и сопутствующей предварительной информацией.

До текущего десятилетия, несмотря на попытки применить байесовский подход к эконометрике, тестирование на статистической частотности событий было основным направлением исследований. Обычно применяли две группы моделей – частотно-статистическую и байесовскую – и их выводы постоянно сравнивали. Однако такой подход не внушал уверенности в байесовской модели, в частности, ее использования для конечного вывода. И это было несмотря на то, что байесовский метод предоставлял экономически значимый результат, который достаточно наглядно подтверждался вычислениями, в то время как частотные выводы были значимы лишь с историко-статистических, но не теоретических позиций и в отдельных случаях были экономически бессмысленными. По крайней мере, такой вывод был сделан в оксфордском справочнике по байесовской эконометрике [24].

3. Байесовский метод против частотно-статистического

Существуют три ключевые проблемы использования байесовской эконометрики в финансах, которые чаще всего подвергались критике со стороны «частотных» исследователей. Первая связана с выбором разумной информации (информативное или неинформативное априорное распределение), которая определяет весь байесовский вывод. Дело в том, что выбранные данные, прежде всего в силу слабой формализации и структуризации, бывают слабоинформативными и могут давать разные вероятностные значения при смене комбинаций параметров модели, что определяется как «проблема слабой идентификации» и вызывает нерегулярное поведение вероятности [25]. Такая особенность вызывает критику со стороны «частотных» экономистов. Для нивелирования нерегулярности разработаны различные приемы – от ограничений областей пространства до повторного моделирования и сравнения выводов, а также выбора значений, которые позволяют доминировать определенной информации.

Второй ключевой и спорной проблемой является байесовский вывод как результат обработки информации. Следовательно, в его основе находится выбор информации, которую можно варьировать и при определенных обсто-

яательствах даже подгонять под нужные результаты, то есть возможен субъективизм при вводе данных. Манипулирование данными, конечно, отражается на точности вероятностных оценок цен финансовых активов, состояния рынка, воздействия изменения процентной ставки на хозяйство и т.д. Новые алгоритмы частично решают данную проблему – алгоритм предельного правдоподобия, коэффициенты плотности и вероятности апостериорной модели. Они позволяют выбрать усредненный вариант по нескольким образцам с помощью обучающихся выборок, что нередко ведет к резкому увеличению времени вычислений.

Третья проблема относится к байесовскому выводу, представленному как процессу обновления сценариев, адаптации к изменениям, возвращения к вероятности и проверки гипотезы, а также ее достоверности. Несмотря на использование в частотной статистике и байесовском методе однотипного распределения, его интерпретации и, соответственно, выводы разные. В таблице 1 представлены сводные данные о различиях между байесовским и частотным выводами.

Три проблемы-стороны связаны с выбором информации и выводом. Они обращены к информации, которая, безусловно, лежит в основе всех вычислений и оценок. Байесовская эконометрика позволяет только должным образом структурировать и расширять информационное поле, а также делать обоснованные «догадки» о его «белых пятнах», производить оценку и сравнивать данные с гипотетическим вариантом, то есть делать все, что необходимо для вывода.

В целом байесовская методология учитывает неопределенность параметров, которая может иметь решающее значение для выводов, а также обеспечивает распределение многих ключевых параметров, которые играют решающую роль в экономическом анализе. Так, бета-распределение может использоваться в байесовском анализе для описания начальных знаний о вероятности роста фондового рынка, исходя из того, что возрастет вероятность цен значительной части акций. Бета-распределение является подходящей моделью для анализа случайного поведения цен финансовых активов. С его помощью байесовская модель направляется к более точным выводам – посредством выбора наиболее вероятного сценария. Причем форма выбора может быть различной – от байесовского усреднения выводов разных сценариев, байесовского выбора лучшего вывода, байесовского объединения конкурирующих моделей и соответствующих выводов.

Таблица 1. Различия между байесовским и частотно-статистическим выводами

Частотно-статистический вывод	Байесовский вывод
Параметры бета-распределения являются фиксированными с неизвестными постоянными. Плотность вероятности бета-распределения зависит от выбора параметров	Параметры бета-распределения являются стохастическими переменными. Они определяются предварительным распределением в пространстве параметров. Вся область бета-распределения может рассматриваться как вероятность, бета-распределение как описание распределения значения вероятности p
Данные y используются для оценки бета-распределения и проверки достоверности постулированной модели путем сравнения данных с бесконечно большим и гипотетическим набором данных из модели	Данные y используются в качестве доказательства для обновления состояния модели: данные преобразуются до апостериорного распределения с использованием вероятности
Частотная концепция вероятности: определенный случай в бесконечно повторяющемся процессе	Субъективное понятие вероятности: степень уверенности в том, что событие произойдет
В качестве оценки бета-распределения можно использовать оценку максимального правдоподобия	Для получения апостериорного бета-распределения используется теорема Байеса. Можно использовать $E(\beta y)$ или для соответствующей оценки минимизировать функцию потерь
Для сравнения моделей используется коэффициент детерминации R^2 (коэффициент корреляции между переменными моделями, представленный как дисперсия прогнозируемых значений, деленная на дисперсию данных) Частотная R^2 фиксирована	Для байесовского R^2 используется средняя апостериорная оценка θ для создания байесовских предсказаний \hat{y}_n , затем полученные значения помещаются в традиционную формулу для получения необходимого вывода. Сравнение моделей осуществляется с использованием апостериорных отношений шансов (OR) отдельных событий до нахождения коэффициента правдоподобия Байесовская R^2 не является фиксированной

Таким образом, в байесовской и частотной моделях к выводам продвигаются по разным маршрутам. В частности, в первом случае распределение плотности для параметров и проверка гипотезы происходит по коэффициенту Стюдента и предлагаются вероятные альтернативы, а во втором – по частотной оценке с одним результатом, что нередко приводит к неверным выводам,

особенно заметным в многомерных динамических моделях с возможной нестационарностью. При смене фаз экономического цикла различия в маршрутизации выводов достаточно разительны и результаты могут быть диаметрально противоположными. В частности, при резком изменении цен на нефть происходят скачки, которые в моделях, основанных на кейнсианских структурах, не оцениваются. Впервые это было подмечено в начале 1970-х гг. в ходе нефтяного шока, поменявшего ценовую структуру рынка. Собственно, после этого события и начались работы по совершенствованию прогнозных моделей с включением в них байесовского метода. В дальнейшем байесовский метод во многом повлиял на становление современных как макроэкономических моделей с активной финансовой составляющей, так и непосредственно моделей ценообразования финансовых активов и оценок риска. В результате произошло перерастание многих линейных моделей реального делового цикла (RBC) в современные нелинейные динамические стохастические модели общего равновесия (DSGE) и сверхпараметризованные структурные векторные авторегрессии VAR, которые полнее и лучше описывали происходящие процессы и давали более точные результаты. В частности, была разработана специализированная байесовская векторная авторегрессия с достаточно гибкими свободными параметрами – BVAR [26] (а также ее вариация с экзогенными показателями BVARX $\langle p, s \rangle$). Появились и другие вариации модели VAR с байесовскими включениями [27].

4. Соотношение объективного и субъективного

Любые разграничения в байесовской эконометрике весьма условны. Тем более это относится к объективной и субъективной стороне методов, свойств и принципов. Однако разграничения необходимы не столько в познавательных целях, сколько для более четкой фиксации отличительных особенностей свойств и принципов, а также для оценки преимуществ.

С достаточно большой точностью разъединительную линию можно провести по способу привлечения и использования данных, большая часть которых достаточно легко распределяется по двум направлениям – субъективному и объективному. Что же касается самого метода, то для него деление не столь однозначное и точное. Лишь с определенной условностью можно выделить две стороны байесовского метода. Сам переход финансового моделирования к байесовской эконометрике открывает перспективы для субъективных подходов – субъективной окраски процессов и субъективным выводам. При этом нередко объективная сторона байесовского метода остается в

стороне. Тем не менее достоинством байесовской эконометрики как раз и является сочетание объективного и субъективного подхода к выборке и анализу случайных величин, вероятностным исходам и прогнозам.

Так, объективная часть заключается в использовании байесовского метода в качестве способа обработки информации или, более конкретно, в наборе правил для параметризации, преобразования начального распределения в обновленное распределение и подготовке выводов.

Среди последователей байесовского метода есть приверженцы как объективного, так и субъективного подхода. Если делать акцент на субъективной стороне анализа, то нередко возникает искушение производить оценку с позиции персонального субъективизма, что может влиять на результаты анализа. В свою очередь более субъективистские последователи байесовского метода обычно склонны преувеличивать значение личной априорной информации и перегружают такой информацией модель и процесс вывода, в то время как чрезмерный акцент на объективной стороне дела может привести к недооценке экспертных заключений, оценочных мнений и специфических алгоритмов, учитывающих мотивацию рыночных агентов, а также особых приемов ранжирования, выборки и оптимизации. Эффективность байесовского метода достигается только при оптимальном учете объективных и субъективных его свойств и преимуществ.

Акцент на форме вероятности является, по нашему мнению, ключевым критерием разграничения субъективной и объективной составляющих байесовского метода.

Любые разграничения делаются исследователями и поэтому являются относительными. Так, в байесовском методе явно переоценен аргумент в пользу доминирования научного обоснования, которое обеспечивает объективность подхода. Известно, что сбор данных всегда субъективен и набор байесовских правил не устраняет этого субъективизма. К тому же в построении любых логических конструкций всегда можно найти позицию автора, а выбор конкретной модели неизбежно является субъективным, что влияет на вывод, который основан на форме вероятности, выборе сценария, оптимизации, дисперсии и вычислительных процедурах. Кроме того, если данные, не входящие в модель, указывают на необходимость корректировки исходной гипотезы, то обычно, исходя из личных склонностей, определяется новая гипотеза, выбирается новая модель и собираются дополнительные или новые данные. В целом понимание процесса и его реализация становятся «субъективными». Более того, по мнению профессора Калифорнийского университе-

та Джеймса Пресса и профессора Государственного университета Нью-Йорка Джюдита Тейнора, такая особенность байесовского подхода способна воздействовать в целом на научный метод как ход исследований, так и их результаты [28].

В целом различие между субъективизмом и объективизмом в методе скорее основано на степени субъективности, связанной с подходом к представлению как до анализа, так и в процессе и в его результатах, поскольку чистая объективность вряд ли осуществима.

По нашему мнению, можно рассчитать уровень субъективности и представить его в виде меры энтропии самого процесса на основе байесовского метода. Но в таком случае привлекаются физические законы термодинамики с соответствующей интерпретацией в информатике. Поскольку финансы можно представить в виде финансовой информации, то данный подход вполне приемлем к оценке уровня субъективизма байесовского метода.

5. Воздействие небайесовских алгоритмов на байесовский метод в финансовой эконометрике

Продвижение байесовского метода в финансовой эконометрике во многом стало результатом появления новых алгоритмов, которые в одних случаях позволили «примирить» байесовский метод с частотно-статистическим, в других – открыли перспективы для широкого его использования, например, путем участия в подготовительной процедуре при внедрении байесовских приемов в эконометрические модели, в третьих – «работали» на сравнениях байесовских и небайесовских методов в поиске компромиссных результатов.

На распространение байесовского метода в финансах оказали воздействие разработки в ряде как смежных дисциплин, так и естественных наук. В целом развитие шло в направлении замены в моделях жесткой структуры и с незначительным числом параметров на гибкую структуру модели, динамичные и масштабные параметры. Так, в 1980–1990 гг. по мере подрыва кейнсианских теоретических подходов рыночными происходила замена жестко параметризованных кейнсианских моделей на модели с гибкой структурой [29]. Изменение структуры моделей происходило под воздействием алгоритмов, разработанных в смежных сферах.

Дальнейшее продвижение байесовского метода в финансах, по нашему мнению, также будет связано с привлечением целого ряда внешних разрабо-

ток, позволяющих более полно раскрыть байесовский потенциал. Среди таких разработок можно выделить следующие:

Во-первых, набор техник для анализа графов и их структур из теории сетей. С помощью новой техники появилась возможность рассматривать финансовые рынки как системы взаимодействующих агентов по принципу построения структур и связей граф. При этом выделились два типа связей: альфа-модель, когда связи между рыночными игроками случайно выбираются, и бета-модель – с короткими связями при выборе игроков-«соседей». В обоих случаях были определенные правила выборки, но всегда движение шло между порядком и хаосом. Адаптация теории сетей к социуму [30] позволила трансформировать основные понятия в направлении инструментального анализа финансового рынка. В результате появилась возможность ввести байесовский подход в модели машинного обучения для моделирования взаимодействий клиент-финансовый институт. Также были получены интересные результаты для описания взаимодействий агентов на фондовом рынке [31]. Такие исследования получили развитие в рамках подготовки магистров и докторов наук по комплексным социально-технологически-биологическим системам в Стэнфордском университете (курс CS224W); похожие по тематике курсы и научные программы имеются также в Кембриджском университете, Уортонской школе бизнеса при Пенсильванском университете [32].

Во-вторых, эволюционная теория игр [33] представила возможность анализировать финансовый рынок с новых поведенческих позиций: (а) эволюционной стабильности – посредством представления рынка в виде простой линейной модели, в которой случайность соответствует нормальному распределению и присутствуют сетевые взаимодействия агентов; (б) детерминистической динамики – как хаотической системы очень чувствительной к начальным условиям.

В-третьих, теория игр с достаточно простым равновесием Нэша, с одной стороны, позволила описать конкурентное взаимодействие при установлении цен с участием правительства в этом процессе (в основном через процентную ставку), а с другой стороны, представила набор стратегий для игроков и алгоритмов для моделирования. Простые алгоритмы позволили смягчить жесткость традиционных структур как макро-, так и микроэкономических финансовых моделей. В дальнейшем игровые симуляторы с учетом алгоритмов искусственного интеллекта и решением проблемы доучивания модели войдут не только в учебную, но и торговую практику, а также будут приняты при разработке больших макроэкономических моделей. Уже сейчас

в игровых интеллектуальных системах выбор сценария и алгоритмический вывод представлен в байесовской форме.

В-четвертых, теории комплексных систем, теории хаоса и теории энтропии только вошли в сферу интересов финансовой науки, но уже начинают способствовать раскрытию потенциала байесовской работы с нестабильными и чрезвычайно сложными, насыщенными большими данными и шумовыми эффектами. В детерминированных динамических системах при моделировании экономического роста стали привлекать алгоритмы комплексных систем [34]. В нестандартных случаях для описания и измерения, например, воздействия монетарных агрегатов на ВВП наблюдаются попытки использовать теорию хаоса и энтропии [35], а также сетевой фрактальности [36]. Так, передовые алгоритмы, применяемые в анализе информационной энтропии, в частности, работы случайных сетей с потерями и усилениями [37] позволяют более полно описать реальные условия финансовых рынков. При этом байесовский подход позволяет отобрать лучшие сценарии и коррелировать выводы по мере поступления новых импульсов как от рынка, так и государства.

В-пятых, квантовая теория демонстрирует возможность применения квантовой вероятности в финансовой эконометрике с учетом байесовского метода [38]. В целом ряде работ показано, что поведенческие вероятности агентов, принимающих рыночные решения, разделяют многие общие черты с квантовыми вероятностями. Применимость квантовых правил для описания принятия решений связано с нетривиальным процессом принятия решений в случае сложных перспектив в условиях повышенной неопределенности. Такой процесс включает в себя размышления лица, принимающего решение в процессе его выработки что, по сути, является продолжением байесовского вывода как процесса – хода умозаключений, то есть соответствующего набора алгоритмов. В дополнение к оценке полезности рассматриваемых перспектив реальные агенты, принимающие решения, также оценивают их привлекательность.

В-шестых, «полу-байесовский» метод в основном связан с разработкой сложных вариаций функции распределения случайных величин (или случайного вектора), в частности, относящихся к оценке совместного распределения. Для оценки такого распределения можно использовать критерий согласия Колмогорова, который позволяет осуществлять проверку принадлежности полученного распределения предполагаемой модели и служит вариатором функции распределения случайных величин.

В роли вариатора функции распределения случайных величин может выступать также метод Монте-Карло [40]. В этом же направлении действуют различные фильтры [41] (Кальмана – для небайесовских процессов, Гаусса – байесовский процесс [42]), переключения Маркова [43] и алгоритмы для генерации выборки совместного распределения множества случайных величин на рынке (семплирование по Гиббсу [44]). Вышеперечисленные алгоритмы оказали влияние как на байесовский, так и на небайесовский подходы к финансовому моделированию. В частности, их стали использовать в больших макроэкономических моделях, в которых ключевые позиции занимают денежно-кредитные параметры. Примерами таких моделей являются вышерассмотренные макроэкономические модели DSGE и VaR, а также более ранние, но уже модернизированные модели делового цикла (RBC), модели ценообразования финансовых активов. Данные подходы позволили оценивать во времени меняющиеся уровни и тенденции финансовых и общеэкономических данных. Дело в том, что новые алгоритмы способны задавать необходимые условные вероятности для обеспечения работы с апостериорной вероятностью в байесовских сетях.

Пожалуй, особое место в системе небайесовских методов выборки и распределения случайных величин для ненаблюдаемых состояний заняли алгоритмы ранжирования предварительной информации и алгоритмы распределения и включения новой информации в байесовские выводы. Новые алгоритмы появились в основном как вариации и частные случаи работы уже известных методов. Примером могут выступать рекурсивные цепи Маркова: скорее, данные алгоритмы относятся к возвратному ее состоянию, которое возникает, например, при многократных повторениях биржевых операций. Новые методы важны для моделей управления финансовыми рисками и ценообразования опционов, а также при организации биржевой торговли, связанной с высокочастотными данными [45].

В целом новые небайесовские приемы и процедуры ослабили ограничения для применения байесовского метода, упростили его приложение к действующим моделям и повысили результативность их использования. Одним из кумулятивных результатов интеграции байесовского метода с небайесовскими алгоритмами стало формирование вычислительного фундамента нового цифрового пространства, в том числе переход к всеобщей цифрации активов и финансов. Однако данная тема является чрезвычайно обширной и выходит за рамки настоящей статьи.

6. Предварительные итоги

Оценка хозяйственной динамики, так же, как и динамики финансового рынка, включая движение цен финансовых активов и рисков, с использованием вероятностных моделей имеет решающее значение как для принятия политических решений, так и для реализации торговых стратегий. Если раньше влияние случаев и рыночной неопределенности определялось простыми линейными моделями кейнсианской теории, а также моделями делового цикла и ценообразования опционов, то в ситуации значительного роста неопределенности и перехода к «большим данным» потребовались новые более сложные модели. С байесовской точки зрения, неопределенность и относящиеся к случайным события, даже при их ненаблюдаемости, вполне поддаются оценке. Для этого разработан и применяется целый арсенал приемов и инструментов. Так, неизвестные параметры модели имеют распределение вероятностей, которое обновляется новыми данными с использованием правила Байеса. Такой подход обеспечивает корректировку выводов и предоставляет четкий и гибкий вероятностный инструмент для эффективного принятия решений в условиях повышенной неопределенности. С учетом современных технологий и цифрации финансов можно перейти к корректировке результатов в режиме реального времени. К тому же байесовская интерпретация устраняет возможность случайного ангажированного поведения в экономическом моделировании. Если для регулятора, портфельного управляющего, инвестора и трейдера, которые подготавливают свои решения и наблюдают за ними, собственное поведение не является источником неопределенности, то для всех участников рынка поведение и мотивы других игроков не наблюдаются, что явно способствует неопределенности. Государство при всей своей экономической мощи, управленческих и оценочных возможностях также не обладает потенциалом, который позволяет обзирать реальный ход событий. Тем не менее два понятия – наблюдаемость и ненаблюдаемость событий – с байесовской точки зрения, могут совместно существовать и учитываться, то есть в ходе сосуществования предлагать необходимые выводы.

В финансах всегда была центральной темой связь между прогнозированием и принятием решений. Более конкретно, на микроуровне на повестке дня были вопросы будущей доходности активов и, в связи с этим, цены на финансовые активы и состав инвестиционного и кредитного портфеля; на макроуровне стояли другие задачи, которые сводились к поддержанию равновесия финансового рынка и всего хозяйства, а также обеспечению эконо-

мического роста, занятости, благосостояния населения и необходимых инвестиций. В связи с этим происходили измерения волатильности и оценивался риск и определялись их воздействия на цену активов, а также устанавливались цены опционов и обеспечивалась современная высокочастотная торговля, которая возникла во многом из байесовских эконометрических исследований. Дополнительные преимущества байесовского подхода находили также реализацию в ходе решения проблем больших данных и неоднородности поведения потребителей. Надежный вывод достигался не только посредством выбора лучшей модели и лучшего сценария, что было достаточно популярным последние двадцать лет, сколько путем объединения конкурирующих моделей, что стало возможным только в текущем десятилетии с учетом новых алгоритмов и байесовской эконометрики, интеграции различных знаний в русле байесовских принципов. Проведенный анализ байесовского метода подталкивает к выводу о его прогнозной направленности. Данная тема настолько важна, что она заслуживает выделения в самостоятельное исследование, поэтому специально в данной статье она не рассматривается.

В статье в ходе проведенного анализа намечены структурные контуры применения байесовского метода в финансовом моделировании. В свою очередь структура была насыщена разбором целого ряда особенностей применения байесовской эконометрики в финансах. Такой подход позволил провести поиск основных направлений дальнейшего развития байесовского метода в финансах и проследить его сопряженность с другими областями знаний и алгоритмами. Авторы надеются, что сделанный в статье анализ будет мотивировать дальнейший интерес к изучению данной темы, а также активизирует аналитические усилия, необходимые для более полного понимания и применения байесовского метода в финансовой сфере.

Список источников

1. **Крепцов Д., Селезнев С.** DSGE-модели российской экономики с малым количеством уравнений // Серия докладов об экономических исследованиях. Центральный банк Российской Федерации. 2016. № 12. 53 с.
2. **Williams J.** DSGE models: A cup half full // DSGE Models in Conduct of Policy: Use as intended. Edited by Refet Gurkaynak, Cedric Tille. A VoxEU.org eBook, 28 April 2017. P. 16–22 (102). URL: <https://voxeu.org/article/dsge-models-cup-half-full>.
3. **da Silva L.A.P.** In defense of central bank DSGE modeling // Seven BIS Research Network meeting on «Pushing the frontier of central banks»

- macro-modelling», Basel, 8 March 2018. 6 P. URL:<https://www.bis.org/speeches/sp180314.htm>.
4. **Assenmacher K.** Bridging the gap between structural VAR and DSGE models // DSGE Models in Conduct of Policy: Use as intended. Edited by Refet Gurkaynak, Cedric Tille. A VoxEU.org eBook, 28 April 2017. P. 23–30 (102).
 5. **Ahmadi-Javid A.** Entropic value-at-risk: A new coherent risk measure // Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 155 Issue 3, 2012. P. 1105–1123.
 6. **Martin R.D., Arora R.** Inefficiency and bias of modified value-at-risk and expected shortfall // Journal of Risk, Vol. 19, No. 6, August 2017. P. 59–84.
 7. **Ang A., Timmermann A.** Regime Change and Financial Markets, 22 June 2011. 32 p. URL:https://rady.ucsd.edu/docs/faculty/timmermann/regime_changes_June_22.pdf.
 8. **Basatini F.M., Rezakhah S.** Markov Switch Smopth Transition HY-GARCH Model: Stability and Estimation // Cornell University. arXiv:1803.00739v1, 2 March 2018. 25 p.
 9. **Salhi K., Deaconu M., Lejay A. Champagnant N., Navet N.** Regime switching model for financial data: Empirical risk analysis // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, Vol. 461, 1 November 2016. P. 148–157.
 10. **Clacher I., Freeman M., Hillier D., Kemp M., Zhanf Q.** A Practical Guide to Regime Switching in Financial Economics. Chapter 4 // Quantitative Financial Risk Management: Theory and Practice. Edited by Emiliios Galariotis, Constantin Zopounidis. John Wilye, May 2015.
 11. **Duprey Th., Benjamin K.** How to predict financial stress? An assessment of Markov switching models. European Central Bank. Working Paper Series No. 2057 / May 2017. 46 p.
 12. **Wang Ch-J.** Instrumental Variables Approach to Correct for Endogeneity in Finance // Handbook of financial economics and statistics. Editors Cheng-Few Lee, John C. Lee. P. New York: Springer, 2015. P. 2577–2600.
 13. **Jiang W.** Have Instrumental Variables Brought Us Closer to the Truth // The Review of Corporate Finance Studies, Vol. 6, Issue 2, 1 September 2017. P. 127–140.
 14. **BaSturk N., Cakmakh, Ceyhan S.P., Dijk H.K.** On the Rise of Bayesian Econometrics after Cowles Foundation Monographs 10, 14, Tinbergen Institute Discussion Paper. TI 2014-85/III. Duisenberg School of finance, 2014. P. 17 (61). // *Economia. History. Methodology. Philosophy*, Vol. 4, No. 3, 9 July 2014. P. 381–447.

15. **Ключников И.К., Молчанова О.А., Ключников О.И.** Вероятность финансовой стабильности и безопасности: концепции и модели // *Финансы и Бизнес* 2017. № 1, С. 70–81.
16. **BaSturk N., Сакмаkh, Ceyhan S.P., Dijk H.K.** On the Rise of Bayesian Econometrics after Cowles Foundation Monographs 10, 14, Tinbergen Institute Discussion Paper. TI 2014-85/III. Duisenberg school of finance, 2014. P. 20
17. **Jacquier E., Polson N.** Bayesian Methods In Finance. Chapter 9 // *The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics*. Edited by John Geweke, Gary Koop and Herman Van Dijk. Oxford University Press, September 2011.
18. **Lopes H.F., Tsay R.S.** Particle Filters and Bayesian Inference In Financial Econometrics. University of Chicago Booth Scholl of Business, 2010. 48 p.
URL:<https://faculty.mcombs.utexas.edu/carlos.carvalho/teaching/lopes-tsay-2010.pdf>.
19. **Lucas A., Schwaab B., Zhang X.** Modeling financial sector joint tail risk in the euro area. *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 32, Issue 1, 2017. P. 171–191.
20. **Blasques F.F., Lucas A., van Vlodrop A.** Finite Sample Optimality of Score-Driven Volatility Models Tinbergen Institute Discussion Papers: 2017-111/III, 2017. 21 P.
21. **Li M., Koopman S.J.** Unobserved Components with Stochastic Volatility in U.S. Inflation: Estimation and Signal Extraction. Tinbergen Institute Discussion Papers 18-027/III, Tinbergen Institute. 2018. 35 p.
22. **Gorgi P., Koopman S.J., Li M.** Forecasting economic time series using score-driven dynamic models with mixed-data sampling. Tinbergen Institute Discussion Papers: 18-026/III, Tinbergen Institute, 2018. 37 p.
23. **van der Kwaak C., van Wijnbergen S.** Financial Fragility and the Keynesian Multiplier. CEPR Discussion Papers 12394, C.E.P.R., 2017. 39 p.
24. *The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics*. Edited by John Geweke, Gary Koop, and Van Dijk. September 2011.
25. **Hoogerheide L. F., Kaashoek J.F., Van Dijk H.K.** On the shape of posterior densities and credible sets in instrumental variable regression models with reduced rank: An application of flexible sampling methods using neural networks // *Journal of Econometrics*, Vol. 139, No.1, 2007. P. 154–180.
26. **Kilian L., Lutkepohl H.** Bayesian VAR Analysis // *Structural Vector Autoregressive Analysis*. Chapter 5. Cambridge University Press, 2017. P. 140-170 (735). URL: <http://www-personal.umich.edu/~lkilian/SVARch05.pdf>.

27. **Banbura M., Giannone D., Reichlin L.** Large version VARs. European Central Bank. Working Paper Series. No. 966 / November 2008. 39 p URL: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp966.pdf>.
28. **Press S. J., Tanur J.M.** The Subjectivity of Scientists and the Bayesian Approach. Volume 775. New York: John Wiley & Sons, 2012 (2001). 296 p.
29. **Sims Ch. A.** Macroeconomics and reality // *Econometrica*, Vol. 48, No. 1, January 1980. P. 1–48.
30. Social Network Analysis. Theory and Applications. Editor: By Wikipedians. PediaPress, 03 January 2011. 113 p. URL: https://www.politaktiv.org/documents/10157/29141/SocNet_TheoryApp.pdf.
31. **Sun W., Tian Cg., Yang G.** Network Analyzing of the Stock Market. CS224 Final Project Report, 2015. URL: http://snap.stanford.edu/class/cs224w-2015/projects_2015/Network_Analysis_of_the_Stock_Market.pdf.
32. **Allen F., Babus A.** Networks in Finance. Chapter 21 // *The Network Challenge: Strategy, Profit, and Risk in Interlinked World*. Edited by Paul Kleindorfer and Jerry Wind. Wharton School Publishing, 2009. P. 367382 (559).
33. **Sandholm W.H.** Evolutionary Game Theory. University of Wisconsin, November 12, 2007. 65 p. URL: <https://www.ssc.wisc.edu/~whs/research/egt.pdf>.
34. **Sbardella A., Pugliese E., Zaccaria A., Scaramozzino P.** The Role of Complex Analysis in Modelling Economic Growth // *Entropy*, Vol.20, 16 November 2018. 18p.
35. **Klioutchnikov I., Sigova M., Beizerov N.** Chaos theory in finance // *Procedia Computer Science*, Vol. 119, 2017. P. 368–375.
36. **Nie Cg-x., Song F-t.** Relationship between Entropy and Dimension of Financial Correlation-Based Network // *Entropy*, Vol. 20. January 2017. 20 p.
37. **Martínez-Martínez C.T., Méndez-Bermúdez J.A.** Information Entropy of Tight-Binding Random Networks with Losses and Gain: Scaling and Universality // *Entropy* Vol. 21, Issue 1, 18 January 2019. 11 p.
38. **Yukalov V.I., Sornette D.** Quantum Probabilities as Behavioral Probabilities // *Entropy*, Vol. 19, 2017. 30 p.
39. **Deutsch D.** Quantum theory of probability and decision // *Proceeding of Royal Society London*, Vol. 455, February 1999. P. 3129–3137.
40. **Creal D.** A survey of sequential Monte Carlo methods for economics and finance // *Econometric Reviews*, Vol. 31, Issue 3, May 2012. P. 245–296.
41. **Bhar R.** Stochastic Filtering with Applications in Finance. World Scientific, August 2010. 356 P.

42. **Han J., Zhang X-P.** Financial Time Series Volatility Analysis Using Gaussian Process State-Space Models // 3rd IEEE Global Conference on Signal and Information Processing. Orlando, Florida, 14-16 December, 2015. P. 358–362.
43. **Duprey Th., Klaus B.** How to predict financial stress? An assessment of switching models. European central bank. Working Paper Series. No, 2057 / May 2017. 46 p.
44. **Saraiva E.F., Suzuki A.K., Milan L.A.** Bayesian Computational Methods for Sampling from the Posterior Distribution of a Bivariate Survival Model, Based on AMH Copula in the Presence of Right-Censored Data // Entropy, Vol. 20, Issue 27, August 2018. P. 4–5 (21).
45. **Durbin J., Koopman S.J.** Time Series Analysis by State Space Methods. 38, Oxford: Oxford University Press. Second edition, 3 May 2012. 346 p.

References

1. **Kreptsov D., Seleznev S.** DSGE-modeli rossiyskoy ekonomiki s malym chislom uravneniy // Seriya dokladov ob ekonomicheskikh issledovaniyakh. Tsentral'nyy bank Rossiyskoy Federatsii. 2016. № 12. 53 s.
2. **Williams J.** DSGE models: A cup half full // DSGE Models in Conduct of Policy: Use as intended. Edited by Refet Gurkaynak, Cedric Tille. A VoxEU.org eBook, 28 April 2017. P. 16–22 (102). URL: <https://voxeu.org/article/dsge-models-cup-half-full>.
3. **da Silva L.A.P.** In defense of central bank DSGE modeling // Seven BIS Research Network meeting on «Pushing the frontier of central banks' macro-modelling», Basel, 8 March 2018. 6 P. URL: <https://www.bis.org/speeches/sp180314.htm>.
4. **Assenmacher K.** Bridging the gap between structural VAR and DSGE models // DSGE Models in Conduct of Policy: Use as intended. Edited by Refet Gurkaynak, Cedric Tille. A VoxEU.org eBook, 28 April 2017. P. 23–30 (102).
5. **Ahmadi-Javid A.** Entropic value-at-risk: A new coherent risk measure // Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 155 Issue 3, 2012. P. 1105–1123.
6. **Martin R.D., Arora R.** Inefficiency and bias of modified value-at-risk and expected shortfall // Journal of Risk, Vol. 19, No. 6, August 2017. P. 59-84
7. **Ang A., Timmermann A.** Regime Change and Financial Markets, 22 June 2011. 32 p. URL: https://rady.ucsd.edu/docs/faculty/timmermann/regime_changes_June_22.pdf.
8. **Basatini F.M., Rezakhah S.** Markov Switch Smopth Transition HY-GARCH Model: Stability and Estimation // Cornell University. arXiv:1803.00739v1, 2 March 2018. 25 p.

9. **Salhi K., Deaconu M., Lejay A. Champagnant N., Navet N.** Regime switching model for financial data: Empirical risk analysis // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Vol. 461, 1 November 2016. P. 148–157.
10. **Clacher I., Freeman M., Hillier D., Kemp M., Zhanf Q.** A Practical Guide to Regime Switching in Financial Economics. Chapter 4 // *Quantitative Financial Risk Management: Theory and Practice*. Edited by Emilios Galariotis, Constantin Zopounidis. John Wiley, May 2015.
11. **Duprey Th., Benjamin K.** How to predict financial stress? An assessment of Markov switching models. European Central Bank. Working Paper Series No. 2057 / May 2017. 46 p.
12. **Wang Ch-J.** Instrumental Variables Approach to Correct for Endogeneity in Finance // *Handbook of financial economics and statistics*. Editors Cheng-Few Lee, John C. Lee. P. New York: Springer, 2015. P. 2577–2600.
13. **Jiang W.** Have Instrumental Variables Brought Us Closer to the Truth // *The Review of Corporate Finance Studies*, Vol. 6, Issue 2, 1 September 2017. P. 127–140.
14. **BaSturk N., Cakmakh, Ceyhan S.P., Dijk H.K.** On the Rise of Bayesian Econometrics after Cowles Foundation Monographs 10, 14, Tinbergen Institute Discussion Paper. TI 2014-85/III. Duisenberg School of finance, 2014. P. 17 (61)// *Economia. History. Methodology. Philosophy*, Vol. 4, No. 3, 9 July 2014. P. 381–447.
15. **Klyuchnikov I.K., Molchanova O.A., Klyuchnikov O.I.** Kontseptsiya finansirovaniya i kontseptsii // *Finansy i biznes*, № 1, 2017. 70–81.
16. **BaSturk N., Cakmakh, Ceyhan S.P., Dijk H.K.** On the Rise of Bayesian Econometrics after Cowles Foundation Monographs 10, 14, Tinbergen Institute Discussion Paper. TI 2014-85/III. Duisenberg school of finance, 2014. P. 20.
17. **Jacquier E., Polson N.** Bayesian Methods In Finance. Chapter 9 // *The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics*. Edited by John Geweke, Gary Koop and Herman Van Dijk. Oxford University Press, September 2011.
18. **Lopes H.F., Tsay R.S.** Particle Filters and Bayesian Inference In Financial Econometrics. University of Chicago Booth Scholl of Business, 2010. 48 p. URL:<https://faculty.mcombs.utexas.edu/carlos.carvalho/teaching/lopes-tsay-2010.pdf>.
19. **Lucas A., Schwaab B., Zhang X.** Modeling financial sector joint tail risk in the euro area. *Journal of Applied Econometrics*. Vol. 32, Issue 1, 2017. P. 171–191.

20. **Blasques F.F., Lucas A., van Vlodrop A.** Finite Sample Optimality of Score-Driven Volatility Models Tinbergen Institute Discussion Papers: 2017-111/III, 2017. 21 P.
21. **Li M., Koopman S.J.** Unobserved Components with Stochastic Volatility in U.S. Inflation: Estimation and Signal Extraction. Tinbergen Institute Discussion Papers 18-027/III, Tinbergen Institute. 2018. 35 p.
22. **Gorgi P., Koopman S.J., Li M.** Forecasting economic time series using score-driven dynamic models with mixed-data sampling. Tinbergen Institute Discussion Papers: 18-026/III, Tinbergen Institute, 2018. 37 p.
23. **van der Kwaak C., van Wijnbergen S.** Financial Fragility and the Keynesian Multiplier. CEPR Discussion Papers 12394, C.E.P.R., 2017. 39 p.
24. The Oxford Handbook of Bayesian Econometrics. Edited by John Geweke, Gary Koop, and Van Dijk. September 2011.
25. **Hoogerheide L. F., Kaashoek J.F., Van Dijk H.K.** On the shape of posterior densities and credible sets in instrumental variable regression models with reduced rank: An application of flexible sampling methods using neural networks // Journal of Econometrics, Vol. 139, No.1, 2007. P. 154–180.
26. **Kilian L., Lutkepohl H.** Bayesian VAR Analysis // Structural Vector Autoregressive Analysis. Chapter 5. Cambridge University Press, 2017. P. 140-170 (735). URL: <http://www-personal.umich.edu/~lkilian/SVARch 05.pdf>.
27. **Banbura M., Giannone D., Reichlin L.** Large version VARs. European Central Bank. Working Paper Series. No. 966 / November 2008. 39 p. URL: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp966.pdf>.
28. **Press S. J., Tanur J.M.** The Subjectivity of Scientists and the Bayesian Approach. Volume 775. New York: John Wiley & Sons, 2012 (2001). 296 p.
29. **Sims Ch. A.** Macroeconomics and reality // Econometrica, Vol. 48, No. 1, January 1980. P. 1–48.
30. Social Network Analysis. Theory and Applications. Editor: By Wikipedians. PediaPress, 03 January 2011. 113 p. URL: https://www.politaktiv.org/documents/10157/29141/SocNet_TheoryApp.pdf.
31. **Sun W., Tian Cg., Yang G.** Network Analyzing of the Stock Market. CS224 Final Project Report, 2015. URL: http://snap.stanford.edu/class/cs224w2015/projects_2015/Network_Analysis_of_the_Stock_Market.pdf.
32. **Allen F., Babus A.** Networks in Finance. Chapter 21 // The Network Challenge: Strategy, Profit, and Risk in Interlinked World. Edited by Paul Kleindorfer and Jerry Wind. Wharton School Publishing, 2009. P. 367–382 (559).

33. **Sandholm W.H.** Evolutionary Game Theory. University of Wisconsin, November 12, 2007. 65 p. URL:<https://www.ssc.wisc.edu/~whs/research/egt.pdf>.
34. **Sbardella A., Pugliese E., Zaccaria A., Scaramozzino P.** The Role of Complex Analysis in Modelling Economic Growth // Entropy, Vol.20, 16 November 2018. 18p.
35. **Klioutchnikov I., Sigova M., Beizerov N.** Chaos theory in finance // Procedia Computer Science, Vol. 119, 2017. P. 368–375.
36. **Nie Cg-x., Song F-t.** Relationship between Entropy and Dimension of Financial Correlation-Based Network // Entropy, Vol. 20. January 2017. 20 p.
37. **Martínez-Martínez C.T., Méndez-Bermúdez J.A.** Information Entropy of Tight-Binding Random Networks with Losses and Gain: Scaling and Universality // Entropy Val. 21, Issue 1, 18 January 2019. 11 p.
38. **Yukalov V.I., Sornette D.** Quantum Probabilities as Behavioral Probabilities // Entropy, Vol. 19, 2017. 30 p.
39. **Deutsch D.** Quantum theory of probability and decision // Proceeding of Royal Society London, Vol. 455, February 1999. P. 3129–3137
40. **Creal D.** A survey of sequential Monte Carlo methods for economics and finance // Econometric Reviews, Vol. 31, Issue 3, May 2012. P. 245–296.
41. **Bhar R.** Stochastic Filtering with Applications in Finance. World Scientific, August 2010. 356 P.
42. **Han J., Zhang X-P.** Financial Time Series Volatility Analysis Using Gaussian Process State-Space Models // 3rd IEEE Global Conference on Signal and Information Processing. Orlando, Florida, 14-16 December, 2015. P. 358–362.
43. **Duprey Th., Klaus B.** How to predict financial stress? An assessment of switching models. European central bank. Working Paper Series. No, 2057 / May 2017. 46 p.
44. **Saraiva E.F., Suzuki A.K., Milan L.A.** Bayesian Computational Methods for Sampling from the Posterior Distribution of a Bivariate Survival Model, Based on AMH Copula in the Presence of Right-Censored Data // Entropy, Vol. 20, Issue 27, August 2018. P. 4–5 (21).
45. **Durbin J., Koopman S.J.** Time Series Analysis by State Space Methods. 38, Oxford: Oxford University Press. Second edition, 3 May 2012. 346 p.